ИПМ им.М.В.Келдыша РАН



ALL DANS

НГПМ

ISSN 3034-3321

Новые горизонты прикладной математики

Тезисы докладов молодежной научной конференции

> 18-19 апреля 2024 г. г. Москва

Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Новые горизонты прикладной математики: тезисы молодежной научной конференции (г. Москва, 18-19 апреля 2024 г.) — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2024. — 68 с. https://doi.org/10.20948/ngpm-2024 https://keldysh.ru/ngpm/2024/proc.pdf

int.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ МОЛОДЕЖНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

НОВЫЕ ГОРИЗОНТЫ ПРИКЛАЛЮЙ МАТЕМАТИКИ



Федеральное государственное учреждение Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ молодежной научной конференции

НОВЫЕ ГОРИЗОНТЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

18–19 апреля 2024 г. г. Москва УДК 51, 53 ББК 22

Новые горизонты прикладной математики: тезисы молодежной научной конференции (г. Москва, 18–19 апреля 2024 г). – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2024. – 68 стр.

Сборник содержит тезисы докладов, сделанных на молодежной научной конференции «Новые горизонты прикладной математики», которая проходила 18-19 апреля 2024 г. в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Основное направление работы конференции – обсуждение проблем прикладной математики, механики и методов математического моделирования, а также их приложений для решения актуальных прикладных задач.

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ



Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук



Московский центр фундаментальной и прикладной математики

Редакционный комитет: В.Е. Борисов, П.В. Родионов

СОДЕРЖАНИЕ

П.С. АРОНОВ ПРИМЕНЕНИЕ МОВТАВ-МЕТОЛА ЛЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАЛАЧИ
КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТВЭЛА С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ
Н.К. БАЛАБАЕВ, Е.В. БРАЖНИКОВ, И.В. ЛИХАЧЕВ, Ю.Н. ЧИРГАДЗЕ АНАЛИЗ ФЛУКТУАЦИЙ ДИМЕРА БЕЛКА 1VW8 С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ РИМА-CUDA И АНАЛИЗАТОРА ТРАЕКТОРИЙ 9
В.А. БАЛАШОВ, Е.А. ПАВЛИШИНА, Е.Б. САВЕНКОВ ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ В СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ ДЛЯ МОДЕЛИ ФАЗОВОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ11
В.А. БАЛАШОВ, Е.Б. САВЕНКОВ РАЗВИТИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ МЕТОДОВ ТИПА ФАЗОВОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИКРОТЕЧЕНИЙ МНОГОФАЗНЫХ ЖИДКОСТЕЙ 13
А.Е. БОГАЧЕВА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИОНОСФЕРНОЙ ЗАДЕРЖКИ СИГНАЛА В ИЗМЕРЕНИЯХ НАЗЕМНЫХ СТАНЦИЙ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА 15
В.Е. БОРИСОВ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ 16
М.А. БОЧЕВ, Е.Б. САВЕНКОВ, И.А. ФАХУРДИНОВ ЯВНЫЕ, НЕЯВНЫЕ И ЯВНО-ИТЕРАЦИОННЫЕ СХЕМЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ УРАВНЕНИЙ КАНА-ХИЛЛАРДА 18
М.Д. БРАГИН О ТОЧНОСТИ НЕМОНОТОННЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧАХ ГАЗОДИНАМИКИ 19
В.А. ГЛАЗАТОВ МЕРА БАНАХОВА ПРЕДЕЛА 21
С.К. ГРИГОРЬЕВ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РАБОТЫ С ТОПОЛОГИЕЙ ДИНАМИЧЕСКИ АДАПТИВНЫХ СЕТОК НА РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ 22
А.О. ГУСЕВ ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ 23

А.Г. ДРОНОВ
ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ СЕТОК НА СИСТЕМАХ
С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПАМЯТЬЮ24
И.М. ЕРМАКОВ. Р.Р. ПОЛЕХИНА. Е.Б. САВЕНКОВ
ЧИСЛЕННОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ26
М.В. ЗАХВАТКИН, Е.А. ПАВЛОВА
ЗАЩИТА ОРБИТАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ
КОСМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ
Е.В. ЗИПУНОВА, А.С. ПОНОМАРЕВ, Е.Б. САВЕНКОВ
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФУЗНОЙ ГРАНИЦЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ
Т.Р. КАЛИМУЛЛИН, Е.В. СТЕПИН
СУПЕРКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
МІ Д-ТЕЧЕПИИ В КОАКСИАЛВНЫХ КАПАЛАХ ПЛАЗМЕННЫХ УСКОРИТЕЛЕИ
на клюғв
МЕТОД ПЕНАЛИЗИРОВАННЫХ ПРИСТЕНОЧНЫХ ФУНКЦИЙ
И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ АЭРОДИНАМИКИ
А.С. КОВАЛЕВА, Е.В. СТЕПИН
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ МГД-ТЕЧЕНИИ
С УСКОРЕНИЕМ В УЗКИХ КОАКСИАЛЬНЫХ ТРУБКАХ
C A KOHEB
КАК НАЙТИ ВСЕ БАРЬЕРЫ БУТЧЕРА? РИСУНКИ И ГИПОТЕЗЫ
К.Р. КОРНЕЕВ
ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ПЕРЕЛЁТА МЕЖДУ КРУГОВЫМИ КОМПЛАНАРНЫМИ
ОРБИТАМИ С ИДЕАЛЬНО РЕГУЛИРУЕМЫМ ДВИГАТЕЛЕМ МАЛОЙ ТЯГИ
Μ.Α. ΚΟΤΟΒ
АСПЕКТЫ СОВРЕМЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УСЛОВИИ РАВОТЫ И СПУСКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ 40
Н.О. КРЕМЕНЕШКИЙ
ОСОБЕННОСТИ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ
АВТОРСКИХ КОДОВ В ASTRA LINUX SE
Б.В. КРИТСКИИ
ΑΗΑΛΙΝΊ Ν ΥΑΊΥΑΒΟΤΚΑ ΟΤΥΥΚΤΥΥΒΙ ДΑΗΗΒΙΧ ΠΛΩ ΒΟΚΈΕ ΠΑΗΒΙΧ ΈΕΤΟΚ Β ΒΑΙΙΜΕ ΠΜΤΕ ΠΑΙΑΝ 2Α ΠΑΙΙΑΥ ΔΑΤΑΙΑΥ ΔΑ
אוטווטוג טאנאאנאיזער אועדויעראיז דער אועדייט אועדייט אועדייט אועדייט איזעריטע אועדייש אועדייש אועדייש איז איזיד איז איז איז איז איז איז איז איז איז איז

А.Е. КУВШИННИКОВ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КЛИНА И ПЛАСТИНЫ РАЗРЫВНЫМ МЕТОДОМ ЧАСТИЦ БЕЗ УЧЕТА ФОРМЫ 46
М.Е. ЛАДОНКИНА, Ю.А. ПОВЕЩЕНКО, Х. ЧЖАН ОБ ОДНОЙ ПОЛНОСТЬЮ КОНСЕРВАТИВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЕ С ВЯЗКИМ НАПОЛНЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ 48
Г.Р. МАКАРОВ, А.С. ОХИТИНА ОПТИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕНИ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ЗАДАЧАХ ДЗЗ 50
Б.О. МУХАЧЕВ, С.С. ТКАЧЕВ РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ДВИЖУЩЕГОСЯ СПУТНИКА СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ 52
В.С. НИКИТИН ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОМАСШТАБНЫХ СОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА ЛАД-СЕТКАХ 54
А.В. ПЛОТНИКОВ ПРИМЕНЕНИЕ КИНЕТОСТАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА 56
К.А. ПОПКОВ О ПРОВЕРЯЮЩИХ ТЕСТАХ РАЗМЫКАНИЯ ДЛЯ КОНТАКТНЫХ СХЕМ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ПОЛЮСОМ 58
А.П. ПОПОВ МЕТОДЫ УЧЕТА ТЕКСТОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЗАДАЧАХ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ 60
П.В. РОДИОНОВ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА ПРОТОТИПА СВЕРХЗВУКОВОГО ПАССАЖИРСКОГО САМОЛЕТА НА РЕЖИМЕ ПОСАДКИ 62
Я.В. ХАНХАСАЕВА ИЗМЕНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НАЛИЧИИ В ЕГО ОКРЕСТНОСТИ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ 65
А.Ю. ЦАРЕГОРОДЦЕВ БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОРБИТ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПРОЕКТАХ ИЗУЧЕНИЯ ПРИПОЛЯРНЫХ ОБЛАСТЕЙ СОЛНЦА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ
И.П. ЦЫГВИНЦЕВ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ КСЕНОНА
АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ПРИМЕНЕНИЕ MORTAR-МЕТОДА ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТВЭЛА С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ

П.С. Аронов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

aronovps@mail.ru

Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния тепловыделяющего элемента (твэла) в энергетических реакторах является актуальной задачей. Среди многочисленных термомеханических процессов, которые необходимо учитывать при детальном моделировании твэла, ключевым является контактное взаимодействие топливных таблеток (их количество достигает нескольких сотен) друг с другом и с оболочкой.

В работе построены методы численного решения мультиконтактных задач с учетом ползучести. Учет контактного взаимодействия осуществлен с помощью mortar-метода [1]. Для численного решения задачи развития деформаций ползучести на всем временном интервале эксплуатации твэла (несколько лет) разработаны алгоритмы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на основе явного, неявного методов Эйлера, метода трапеций с автоматическим выбором шага по времени [2].

Пространственная дискретизация задачи методом конечных элементов (в расчетах использованы элементы второго порядка) приводит к формированию системы линейных уравнений с нулевым блоком на главной диагонали (задача с седловой точкой). Показано, что использование модифицированных итерационных методов позволяет учитывать выход из контакта участков контактной поверхности без дополнительного вмешательства в алгоритм. Расчеты с большим числом таблеток продемонстрировали, что минимальное время вычислений достигается при использовании модифицированного метода Якоби (для 50 таблеток различие в 250 раз по сравнению с прямыми методами).

Учет деформаций ползучести приводит к значительному (в 5–10 раз) уменьшению значений напряжений в отдельных участках конструкции в конце рассматриваемого интервала времени (10 лет). При моделировании участка твэла, включающего несколько десятков топливных таблеток, с учетом ползучести использование переменного шага позволяет существенно уменьшить количество шагов по времени, а время расчета уменьшается в 10–15 раз по сравнению с расчетами с постоянным шагом.

- 1. Aronov P.S., Galanin M.P., Rodin A.S. Mathematical modeling of contact interaction of fuel elements with considering the creep using the mortar method // AIP Conf. Proc. 2023. V. 2549.
- 2. Aronov P.S., Galanin M.P., Rodin A.S. Application of algorithm with variable step in time to solve problem of contact interaction of fuel element with account of creep // AIP Conf. Proc. 2023. V. 2697.

АНАЛИЗ ФЛУКТУАЦИЙ ДИМЕРА БЕЛКА 1VW8 С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ РИМА-СИДА И АНАЛИЗАТОРА ТРАЕКТОРИЙ

Н.К. Балабаев¹, Е.В. Бражников², И.В. Лихачев¹, Ю.Н. Чиргадзе²

¹ИМПБ РАН – филиал ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Пущино ²Институт белка РАН, г. Пущино

ilya_lihachev@mail.ru, tefg@vega.protres.ru, balabevnk@gmail.com, chir@vega.protres.ru

В настоящем исследовании представлена программа PUMA-CUDA, созданная С использованием алгоритмов программы PUMA [1,2]. Отличительными особенностями PUMA-CUDA являются: 1) параллельный расчет многих реализаций вычислительного эксперимента с применением технологии MPI; 2) моделирование систем в периодических граничных условиях в NVT и NPT ансамблях; 3) механизм применения дополнительных внешних сил, выходящих за рамки стандартного силового поля; 4) ускорение вычислений благодаря работе на графических ускорителях, поддерживающих NVIDIA CUDA; 5) поддержка работы технологию на центральных многоядерных процессорах по технологии OpenMP; 6) параллельный расчёт валентных взаимодействий на CPU и невалентных на GPU.

После проведения молекулярно-динамического эксперимента встаёт задача анализа полученных данных. Авторами разработан Анализатор траекторий молекулярной динамики (TAMD – Trajectory Analyzer of Molecular Dynamics [3–5]), который позволяет быстро интерактивно просматривать траекторию в форме молекулярного кино, а также получать многочисленные характеристики вдоль траектории. В контексте данной работы Анализатор служит платформой для расчета новых характеристик.

Задача анализа флуктуаций белковых макромолекул осуществляется в два этапа: 1) релаксация (моделирование) системы в течении длительного времени, порядка 50 нс, в NVT ансамбле (начальный этап релаксации проходит в NPTансамбле для уточнения плотности системы); 2) анализ флуктуаций по траекториям молекулярной динамики при помощи Анализатора траекторий.

Под анализом флуктуаций понимается задача нахождения среднеквадратичных смещений положений атомов за заданный промежуток времени. Эта задача сводится к следующим подзадачам.

Необходимо сравнить два кадра траектории – координаты атомов в два момента времени. Задача осложняется тем, что надо перейти к новой системе координат, независимой от перемещения и вращения белковой глобулы как целевого. Пусть такая система координат будет связана с осями тензора инерции. Собственные вектора матрицы тензора инерции и будут осями новой системы координат. Важно также соблюдать их порядок. Пусть порядок собственных векторов будет совпадать в порядком собственных чисел матрицы тензора инерции, отсортированных по убыванию. Процесс вычислений не гарантирует выбора знака векторов. Предложено сравнивать направление новых собственных векторов с предыдущими. Если их скалярное произведение меньше нуля, необходимо умножить компоненты нового вектора на -1.

Приведя координаты белковой глобулы к новой системе координат, легко получить вектор среднеквадратичных смещений всех, либо интересуемых атомов. Такой вектор среднеквадратичных смещений может быть построен между парами кадров (i, i +1 нс), отстоящих друг от друга на равных временных промежутках вдоль траектории. Совокупность всех векторов даёт матрицу среднеквадратичных смещений. Такая матрица (матрица парных смещений) позволяет быстро охарактеризовать свободные флуктуации молекулы, давая ответы на вопрос, в какие промежутки времени происходят значительные флуктуации и какие атомы за это отвечают. Также можно сравнивать фиксированных кадр с текущим (к примеру, пары кадров вида (10 нс, i)), строя относительную матрицу флуктуаций. Эта матрица позволит ответить на вопрос: что произошло после значительной флуктуации? Возможные ответы: возвращение в исходное состояние, либо переход в другую точку фазового пространства.



Рис. 1. Матрица среднеквадратичных смещений C-alpha-атомов белка 1VW8 (слева) и изображение смещений на трёхмерной структуре (справа), шкала цвета указывает на величину смещения в ангстремах.

- 1. Lemak A.S., Balabaev N.K. A comparison between collisional dynamics and brownian dynamics // Molec. Simulation. 1995. V. 15 (4).
- 2. Lemak A.S., Balabaev N.K. Molecular dynamics simulation of a polymer chain in solution by collisional dynamics method // J. Comp. Chem. 1996. V. 17 (15).
- 3. Likhachev I.V., Balabaev N.K., Galzitskaya O.V. Available Instruments for Analyzing Molecular Dynamics Trajectories // Open Biochem. J. 2016. V. 10.
- 4. Likhachev I.V., Balabaev N.K. Trajectory Analyzer of Molecular Dynamics. Math.Biol.Bioinf. 2007. V. 2 (1). P. 120–129.
- Likhachev I.V., Balabaev N.K. Construction of extended dynamical contact maps by molecular-dynamics simulation data // Math. Biol. Bioinf. 2009. V. 4 (1). P. 36–45.

ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ В СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ ДЛЯ МОДЕЛИ ФАЗОВОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ

В.А. Балашов¹, **Е.А. Павлишина**², Е.Б. Савенков¹

¹Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН, г. Москва ²Московский физико-технический институт (НИУ), г. Москва

vladislav.balashov@gmail.com, pavlishina.ea@phystech.edu, e.savenkov@gmail.com

Работа посвящена исследованию динамики межфазной границы в сферически симметричной постановке для модели фазового поля на основе градиента плотности [1–3]. Модели типа фазового поля часто применяются для описания многофазных (в частности, двухфазных) микротечений в естественных средах и инженерных приложениях.

Для моделирования многофазных микротечений, в которых важен учет капиллярных эффектов (поверхностное натяжение, динамика межфазной границы), часто используют модели, основанные на теории фазового поля – например, модели типа Навье-Стокса-Кана-Хилларда или модели градиента плотности. Все модели типа фазового поля характеризуются явлением «сжимания капли» (droplet shrinkage effect) [4]: в зависимости от радиуса капли, толщины межфазной границы и объема окружающей фазы одиночная капля может уменьшаться в размерах при стремлении системы к равновесию. Если начальный радиус меньше некоторого критического значения, то она может «исчезнуть» (раствориться) вовсе. Условия «исчезновения» определяются взаимным влиянием вида и параметров свободной энергии системы и коэффициентов диффузионной подвижности. Прямой анализ условий устойчивого существования капли не представляется возможным из-за математической сложности системы. Однако такой анализ может быть выполнен с помощью вычислительного эксперимента.

В рамках данной работы разработан инструмент для моделирования данного процесса в рамках модели, основанной на градиенте плотности в сферически-симметричной постановке. Его цель состоит в оценке скорости объема подборе параметров изменения фазы и модели и/или вила определяющих соотношений для диффузионной подвижности, чтобы минимизировать эффект сжимания капли. С помощью разработанного инструмента были изучены различные варианты определяющих соотношений для диффузионной подвижности на предмет влияния на динамику межфазной границы в рамках модели градиента плотности.

Основополагающим элементом рассматриваемой модели является свободная энергия Гельмгольца, заданная в следующем виде:

$$\Psi(\boldsymbol{\rho}, \nabla \boldsymbol{\rho}) \coloneqq \int_{\Omega} \psi_0(\boldsymbol{\rho}) + \frac{1}{2} \lambda_{\alpha\beta} \nabla \rho_\alpha \cdot \nabla \rho_\beta \, \mathrm{d}\Omega,$$

где Ω — ограниченная область в \mathbb{R}^3 , ρ_{α} — плотность компонента смеси с номером α , $\psi_0(\mathbf{p})$ — объемная плотность локальной части свободной энергии, $\lambda_{\alpha\beta}$ — параметры влияния, которые образуют положительно определенную симметричную матрицу. Здесь для краткости введено обозначение $\mathbf{p} := (\rho_1, \rho_2)$ и по повторяющимся индексам α и β подразумевается суммирование.

Рассматриваемая модель типа фазового поля, описывающая эволюцию двухфазной смеси, представлена в сферически-симметричной постановке:

$$\partial_t \rho_{\alpha} = -\frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 b_{\alpha}),$$

 $b_{\alpha} = -M_{\alpha\beta} \partial_r \hat{\mu}_{\alpha},$

где $\alpha = 1,2$; векторы b_{α} описывают диффузионные потоки компонентов; $M_{\alpha\beta}$ — коэффициенты диффузионной подвижности компонентов, которые образуют положительно полуопределенную симметричную матрицу; $\hat{\mu}_{\alpha}$ — обобщенный химический потенциал, по определению равный вариационной производной Ψ :

$$\hat{\mu}_{\alpha} \coloneqq \frac{\delta \Psi}{\delta \rho_{\alpha}} = \mu_{\alpha} - \lambda_{\alpha\beta} \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \, \partial_r \rho),$$

где $\mu_{\alpha} = \partial \psi_0 / \partial \rho_{\alpha}$ — классический химический потенциал.

В работе построен полудискретный (непрерывный по времени и дискретный по пространству) метод, наследующий свойство диссипативности (невозрастания полной энергии) исходной (непрерывной) модели. Применяя явный метод Эйлера для дискретизации по времени, проведена серия расчетов с различными вариантами задания диффузионной подвижности и их влиянием на эффект сжимания капли в рассматриваемой постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00203.

- 1. Rehner P., Gross J. Predictive density gradient theory based on nonlocal density functional theory // Physical Review E. 2018. V. 98. No. 6. P. 063312.
- Celny D., Vins V., Hruby J. Modelling of planar and spherical phase interfaces for multicomponent systems using density gradient theory // Fluid Phase Equilibria. 2019. V. 483. P. 70–83.
- 3. Miqueu C., Mendiboure B., Graciaa C., Lachaise J. Modelling of the surface tension of binary and ternary mixtures with the gradient theory of fluid interfaces // Fluid Phase Equilibria. 2004. V. 218. No. 2. P. 189–203.
- 4. Yue P. [et al.]. Spontaneous shrinkage of drops and mass conservation in phase-field simulations // Journal of Computational Physics. 2007. V. 223. No. 1.

РАЗВИТИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ МЕТОДОВ ТИПА ФАЗОВОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИКРОТЕЧЕНИЙ МНОГОФАЗНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

В.А. Балашов, Е.Б. Савенков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва vladislav.balashov@gmail.com, e.savenkov@gmail.com

Многофазные микротечения широко встречаются в природе и промышленности. В контексте нефтегазовой промышленности одной из технологий, в которой моделирование таких процессов играет основное значение, является «цифровой керн». Ее цель состоит в дополнении классических лабораторных исследований образцов горной породы (керна) вычислительным экспериментом.

Доклад посвящен моделям типа фазового поля. В моделях этого класса межфазная граница представляется тонким слоем конечной толщины, в пределах которого происходит «быстрое», но гладкое изменение свойств среды. Соответствующие методы основаны на использовании специальной функции, называемой параметром порядка, которая играет роль индикатора фазы. В качестве параметра порядка может выступать одна или несколько из характеристик среды (например, плотность или концентрация) или же некая искусственно введенная переменная. Характер взаимодействия фаз определяется специальным видом свободной энергии Гельмгольца, зависящей как от параметра порядка, так и от его пространственных производных. При этом зависимость от параметра порядка является невыпуклой. Указанный специальный вид свободной энергии определяет толщину межфазной границы и коэффициент поверхностного натяжения.

Особенностью развиваемых моделей является наличие регуляризации: массовая плотность потока смеси в общем случае отличается от среднего импульса объема. Это предположение основе единицы лежит В «квазигидродинамической» регуляризации. Оно приводит к возникновению малых дополнительных диссипативных слагаемых в исходных уравнениях. Регуляризующие слагаемые улучшают свойство численной устойчивости явных разностных алгоритмов, в которых пространственные производные аппроксимированы центральными разностями. В докладе рассмотрены описанные математические модели и их разностная аппроксимация. Приведены результаты моделирования, демонстрирующие работоспособность развиваемых подходов. На рисунках 1 и 2 приведены примеры моделирования двухфазных в канале с гидродинамической фокусировкой И течений В поровом пространстве образца горной породы.



Рис. 1. Двухфазное течение в микроканале с гидродинамической фокусировкой.



Рис. 2. Двухфазное течение в поровом пространстве образца горной породы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00203.

- 1. Berg C.F., Lopez O., Berland H. Industrial applications of digital rock technology // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2017. V. 157. P. 131–147.
- 2. Балашов В.А., Савенков Е.Б, Четверушкин Б.Н. Вычислительные технологии программного комплекса DiMP-Hydro для моделирования микротечений // Матем. моделирование. 2019. Т. 31. № 7. С. 21–44.
- 3. Balashov V.A. Dissipative spatial discretization of a phase field model of multiphase multicomponent isothermal fluid flow // Computers and Mathematics with Applications. 2021. V. 90.
- 4. Balashov V.A., Savenkov E.B. Thermodynamically consistent spatial discretization of the one-dimensional regularized system of the Navier–Stokes–Cahn–Hilliard equations // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2020. V. 372.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИОНОСФЕРНОЙ ЗАДЕРЖКИ СИГНАЛА В ИЗМЕРЕНИЯХ НАЗЕМНЫХ СТАНЦИЙ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

А.Е. Богачева

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

bogachyova.anastasi@yandex.ru

Одна из ошибок наземных траекторных измерений космического аппарата вызвана ионосферной задержкой радиосигнала [1]. В работе рассматривается задача определения ионосферной задержки излучаемого с космического аппарата радиосигнала и её влияние на измерение наклонной двухчастотных дальности. При использовании измерений нескольких навигационных спутников ГЛОНАСС и GPS в один момент времени можно получить данные о полной электронной концентрации ионосферы Земли в небесной сфере видимости станции траекторных измерений. Восстановленная полная электронная концентрация ионосферы, будучи использована для вычисления задержки сигнала на частотах приёма траекторных измерений, позволяет оперативно определять необходимые поправки к измерениям наклонной дальности.

Целью работы является создание методов и алгоритмов, позволяющих оперативно определять задержку наземных траекторных измерений наклонной дальности до космического аппарата.

Для математического моделирования наклонных дальностей до навигационных спутников использовались данные альманахов.

Модель Klobuchar [3] позволяет вычислять ионосферную задержку для частот навигационных спутников. В рамках этой модели уточнены её параметры для применимости к частоте, излучаемой с космического аппарата в сеансе траекторных измерений.

Результатом работы являются разработанные методы вычисления ионосферной задержки радиосигнала космического аппарата на наземной станции в момент проведения траекторных измерений.

- 1. Аким Э.Л., Тучин Д.А. Ионосферная составляющая измерений псевдодальности околоземных космических аппаратов // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2004. № 4.
- 2. Schaer S., Gurtner W., Feltens J. IONEX: The IONosphere Map EXchange Format Version 1.1.
- 3. Klobuchar John A. Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users. 1987.

МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ

В.Е. Борисов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

borisov@keldysh.ru

Одной из наиболее актуальных задач современной аэродинамики является летательных высокоскоростных аппаратов создание для длительного атмосферного полета, в частности, пассажирского сверхзвукового самолета [1]. Возникающая вокруг него картина течения довольно сложна, и, как правило, сопровождается образованием вихревых структур, в частности, концевых вихрей на кромках крыльев и прочих деталей. Помимо вопроса безопасности полетов [2] отдельный интерес вызывает взаимодействие концевых вихрей от конструкций с расположенными элементов вниз по потоку частями приводить летательного аппарата, которое может К изменению его аэродинамических характеристик.

Корректное численное моделирование таких задач требует использования специальных алгоритмов и сеток большой размерности, неизбежно приводящее к массивному объему расчетных данных, требующих постобработки. Для этих целей применяются специально разработанные методы идентификации и визуализации вихревых течений, позволяющие выделить основные особенности течения, оценить параметры вихревых структур и их влияние на общую картину обтекания [3–5].

В настоящей работе приводится анализ применения различных критериев идентификации и визуализации вихревых течений для ряда модельных задач сверхзвукового обтекания элементов конструкций летательных аппаратов: одиночного вихря от крыла-генератора, пары вихрей от двух генераторов, тандема крыльев под несколькими углами атаки, течения с энерговложением.

Численное моделирование проводилось В рамках 1) системы нестационарных осредненных по Рейнольдсу и Фавру уравнений Навье-Стокса (URANS) с моделью турбулентности Спаларта-Алламарса (SA), либо 2) гибридного IDDES-SA подхода с аналогичной моделью турбулентности. Для идентификации и визуализации вихревых структур применялись метод максимальной завихренности, Q-критерий, λ₂ и λ_ρ-методы, Лютекс (Рортекс) критерий. Расчеты проводились на суперкомпьютере К-60, установленном в ИМП им. М.В. Келдыша РАН, с помощью авторского программного комплекса ARES для расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа на высокопроизводительных вычислительных системах.

Полученные в расчетах результаты демонстрируют хорошую робастность методов идентификации на основе Лютекс-критерия, свободного по своему построению от сдвиговых и сжимающих компонент тензора скоростей деформации. В частности, в отличие от других методов идентификации это позволило для ряда задач избежать ложного определения вихревых структур.



Рис. 1. Данные из работы [6]: распределение плотности на поверхности тандема крыльев совместно с изоповерхностью Лютекс-критерия (слева) и Рортекс-векторы вдоль этой изоповерхности (справа).

В иллюстративных целях для одного из расчетов тандема (результаты ранее опубликованы в работе [6]) на рис. 1 приведены распределение плотности на поверхности крыльев совместно с изоповерхностью Лютекс-критерия $\Omega_R=0.59$, а также Рортекс-векторы на этой изоповерхности, показывающие локальное направление движения вихревых элементов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 24-21-00230.

- 1. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. На пути к созданию модели виртуального ГЛА. М.: ИПМех РАН. 2013. 160 с.
- 2. Гиневский А.С., Желанников А.И. Вихревые следы самолетов. М.: Физматлит. 2008. 172 с.
- 3. Chakraborty P., Balachandar S., Adrian R.G. On the relationships between local vortex identification schemes // J. Fluid Mech. 2005. V. 535. P. 189–214.
- 4. Волков К.Н. Методы визуализации вихревых течений в вычислительной газовой динамике и их применение при решении прикладных задач // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 3 (91). С. 1–10.
- 5. Jiang M., Machiraju R., Thompson D. Detection and visualization of vortices // Visualization Handbook. Burlington: Elsevier. 2005. P. 295–309.
- 6. Борисов В.Е., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е. Исследование вихревых структур при сверхзвуковом обтекании тандема крыльев // Математическое моделирование. 2022. Т. 34. № 6. С. 92–110.

ЯВНЫЕ, НЕЯВНЫЕ И ЯВНО-ИТЕРАЦИОННЫЕ СХЕМЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ УРАВНЕНИЙ КАНА-ХИЛЛАРДА

М.А. Бочев¹, Е.Б. Савенков¹, И.А. Фахурдинов^{1,2}

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва ²НИЯУ МИФИ, г. Москва

botchev@kiam.ru, savenkov@keldysh.ru, mv1451003@gmail.com

В исследовании рассматривается новый вычислительный алгоритм для интегрирования по времени уравнения Кана-Хилларда. Уравнение лежит в основе целого ряда математических моделей слабонелокальной термомеханики сплошных сред [1], является составной частью более сложных моделей и применяется в многофазной гидродинамике, материаловедении, задачах солидификации и теории фазовых переходов. Уравнение Кана-Хилларда представляет собой нелинейное уравнение 4-го порядка, решения которого эволюционируют на широком диапазоне пространственных и временных масштабов. Это затрудняет разработку эффективных численных алгоритмов для ее решения.

Сравнительно недавно построены алгоритмы численного интегрирования времени, удовлетворяющие критерию градиентной (энергетической) ПО устойчивости, на основе расщепления энергии [2]. Градиентная устойчивость гарантирует выполнение условия невозрастания свободной энергии в системе, что необходимо в следствие термодинамической специфики уравнения. В работе предложен интегрирования, совмешаюший линейнометод стабилизирующую схему на основе расщепления и модифицированный метод локальных итераций (ЛИМ) [3]. Метод ЛИМ является методом численного интегрирования по времени, где устойчивость достигается за счёт применения многочленов Чебышёва. Он позволяет использовать большие шаги по времени, чем просто явная схема, сохраняя явный характер вычислений и их эффективность.

В численных расчетах проводится сравнение существующих методов с предложенными с точки зрения вычислительных затрат и точности. Сделаны выводы о преимуществах и недостатках новых алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00203.

- 1. Gurtin, M.E. Generalized Ginzburg-Landau and Cahn-Hilliard equations based on a microforce balance // Physica D: Nonlinear Phenomena.1996.
- 2. Eyre, D.J. An unconditionally stable one-step scheme for gradient systems // Tech. report, Department of Mathematics, University of Utah. 1997. unpublished.
- 3. Жуков В.Т. Разностные схемы локальных итераций для параболических уравнений // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 1986. № 173. 31 С.

О ТОЧНОСТИ НЕМОНОТОННЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧАХ ГАЗОДИНАМИКИ

М.Д. Брагин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный ИГиЛ СО РАН, г. Новосибирск

michael@bragin.cc

Согласно теореме Годунова, для линейного уравнения переноса не существует линейных монотонных разностных схем с порядком точности выше первого [1]. Из-за данного запрета разработка монотонных схем высокого порядка точности ведется в классе нелинейных схем.

Известно множество методов обеспечения монотонности: ограничители потоков и наклонов, ENO- и WENO-реконструкции, адаптивные искусственные вязкости, численные фильтры и так далее. Следуя терминологии из [2], будем собирательно называть их нелинейной коррекцией потоков (NFC, nonlinear flux correction).

В [3–9] было показано, что схемы с NFC имеют не более чем первый порядок точности в областях влияния ударных волн (УВ), независимо от номинального порядка аппроксимации на гладких решениях.

Чтобы решить проблему пониженной точности за УВ, в [2, 10–13] были предложены комбинированные схемы. Их идея заключается в следующем. Сперва задача рассчитывается целиком (от начального момента времени до конечного) без NFC. Затем к полученному высокоточному решению применяется та или иная корректирующая постобработка, в результате чего оно становится монотонным.

Существует два подхода к построению комбинированных схем. В первом подходе (см. [2, 10, 11]) полный расчет задачи осуществляется на одной сетке помощи немонотонной схемы высокого порядка аппроксимации. при Найденное решение используется для постановки внутренней начально-краевой подвижной окрестности УB. Эта вспомогательная залачи В залача рассчитывается по NFC-схеме. В любой интересующий момент времени немонотонное решение исходной задачи заменяется в окрестности УВ монотонным решением внутренней задачи. Эта замена, в отличие от NFC, не является частью послойного перехода, а производится апостериори по уже готовым решениям обеих задач. Во втором подходе (см. [12, 13]) полный расчет задачи выполняется на двух-трех вложенных сетках по бикомпактной схеме первого порядка аппроксимации по времени. По найденным решениям при (глобальной) экстраполяции Ричардсона пассивной строится помощи высокоточное немонотонное решение, которое корректируется посредством оригинальной гибридной схемы из [14].

В настоящем докладе теория комбинированных схем проверяется на Рассматривается несколько задачах газодинамики. немонотонных схем высокого порядка аппроксимации. Анализируется их реальная точность в областях влияния УВ. Показывается, что здесь их интегральный порядок сходимости понижается до первого, хотя ранее в задачах для уравнений мелкой воды те же схемы демонстрировали второй порядок. Тем не менее, погрешности решения у выбранных схем оказываются многократно (на два порядка) ниже, чем у их монотонных версий с NFC. Это говорит о перспективности развития класса комбинированных схем. Сравниваются два построению комбинированных бикомпактных подхода к схем для многомерных уравнений Эйлера.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00060.

- 1. Годунов С.К. // Мат. сб. 1959. Т. 47. № 3. С. 271–306.
- 2. Ковыркина О.А., Остапенко В.В. // Докл. АН. 2018. Т. 478. № 5. С. 517–522.
- 3. Остапенко В.В. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1997. Т. 37. № 10. С. 1201–1212.
- 4. Casper J., Carpenter M.H. // SIAM J. Sci. Comput. 1998. V. 19. № 1. P. 813–828.
- 5. Engquist B., Sjögreen B. // SIAM J. Numer. Anal. 1998. V. 35. P. 2464–2485.
- 6. Ковыркина О.А., Остапенко В.В. // Матем. моделирование. 2013. Т. 25. № 9. С. 63-74.
- 7. Михайлов Н.А. // Матем. моделирование. 2015. Т. 27. № 2. С. 129–138.
- Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Остапенко В.В., Тишкин В.Ф. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2018. Т. 58. № 8. С. 148–156.
- 9. Брагин М.Д., Рогов Б.В. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2020. Т. 60. № 5. С. 884-899.
- 10. Зюзина Н.А., Ковыркина О.А., Остапенко В.В. // Докл. АН. 2018. Т. 482. № 6. С. 639–643.
- 11. Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Остапенко В.В., Тишкин В.Ф. // Докл. АН. 2019. Т. 489. № 2. С. 119–124.
- 12. Брагин М.Д., Рогов Б.В. // Докл. АН. 2020. Т. 492. С. 79-84.
- 13. Брагин М.Д., Рогов Б.В. // Докл. АН. 2020. Т. 494. С. 9–13.
- 14. Рогов Б.В., Михайловская М.Н. // Матем. моделирование. 2011. Т. 23. № 6. С. 98–110.

МЕРА БАНАХОВА ПРЕДЕЛА

В.А. Глазатов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

glazv96@yandex.ru

Банаховы пределы можно применять в различных областях математики, например, в теории чисел, эргодической теории, выпуклой геометрии. Также банаховы пределы были использованы для изучения функций Лиувилля и Мёбиуса, уравнений Навье–Стокса [1]. В настоящей работе рассматривается использование банахова предела в теории меры.

Согласно теореме А. Вейля, не существует бесконечномерного варианта меры Лебега, в связи с чем встает вопрос о необходимости построения аналогичной конструкции, пусть и с потерей некоторых свойств исходной меры. Одной из таких конструкций будет мера, построенная при помощи банахова предела. С помощью этой меры исследован оператор сдвига на $L_2(R)$.

Данная работа продолжает исследования из работы [2], в которой была поставлена задача по изучению мер на бесконечномерном симплектическом пространстве, инвариантных относительно группы симплектоморфизмов. В [2] для получения результата были ослаблены ограничения, накладываемые теоремой А. Вейля, благодаря чему и была получена искомая мера – расширенная трансляционно инвариантная мера из работ [3] и [4] до меры, инвариантной относительно подгруппы группы симплектоморфизмов евклидова фазового пространства, оставляющих инвариантными двумерные симплектические подпространства фазового пространства. Такая мера была названа симплектической мерой.

- 1. Семёнов Е.М., Сукочев Ф.А., Усачев А.С. Основные классы инвариантных банаховых пределов // Изв.РАН. Сер.матем., 2019, Т. 83. В. 1. С. 140–167.
- 2. Глазатов В.А., Сакбаев В.Ж. Меры на гильбертовом пространстве, инвариантные относительно гамильтоновых потоков. // Уфимский мат. журнал. 2022 Т. 14. № 2. С. 3–22.
- 3. Сакбаев В.Ж. Усреднение случайных блужданий и меры на гильбертовом пространстве, инвариантные относительно сдвига // ТМФ. 2017. Т. 191. № 3. С. 473–502.
- 4. Бусовиков В.М. Свойства одной конечно-аддитивной меры на lp, инвариантной относительно сдвигов // Труды МФТИ. 2018 Т. 10. № 2. С. 163–172.

АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РАБОТЫ С ТОПОЛОГИЕЙ ДИНАМИЧЕСКИ АДАПТИВНЫХ СЕТОК НА РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

С.К. Григорьев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва sergejgri@gmail.com

Современные суперкомпьютерные системы предоставляют широкие вычислительные возможности, что необходимо учитывать при разработке прикладного программного обеспечения.

Широко распространено численное моделирование физических процессов с помощью динамически адаптивных сеток, для чего разработано большое количество прикладных программ, например: Chombo [1], p4est [2], AMReX [3], и другие. В рамках работы рассматриваются алгоритмы для динамической адаптации трёхмерной древовидной расчетной сетки на распределённой вычислительной системе на примере библиотеки octreemesh.

Динамическая адаптация на распределённой вычислительной системе выполнятся в несколько этапов: разметка области при помощи структурного и критериев, укрупнение ячеек. измельчение функционального ячеек. согласование топологии виртуальных ячеек. В силу того, что во время процедуры дробления и укрупнения сеточных элементов перерасчёт новых значений сеточных функций производится непосредственно время BO изменения элементов, а также для получения новых значений требуются значения сеточных функций из смежных элементов, независимая адаптация виртуальных ячеек не представляется возможной.

Этап синхронизации предполагает глобальный обмен данными. Количество обменов зависит от ширины поля виртуальных ячеек, текущего разбиения и структурного критерия. Получена оценка количества обменов в наихудшем – $O(\min(p, maxlevel))$, и в наилучшем – O(1) возможных случаях, где maxlevel – максимально допустимый уровень дробления ячеек. Для реализации перестроения сетки реализовано разделение обработки топологии сеточных элементов каждого домена и процедуры синхронизации топологии виртуальных элементов между MPI-процессами.

- 1. Adams M. et al. Chombo software package for AMR applications-design document. 2015. 206 p.
- Burstedde C., Wilcox L.C., Ghattas O. p4est: Scalable algorithms for parallel adaptive mesh refinement on forests of octrees // SIAM J. on Sci. Computing. 2011. V. 33(3). P. 1103–1133.
- 3. Zhang W., Myers A., Gott K., Almgren A., Bell J. AMReX: Block-structured adaptive mesh refinement for multiphysics applications // The International Journal of High Performance Computing Applications. 2021. V. 35(6). P. 508–526.

ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

А.О. Гусев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва

aogus@mail.ru

В работе рассмотрен процесс выращивания объемных монокристаллов Чохральского жидкостной методом герметизацией расплава. С процесса Квазистационарная математическая модель [1] учитывает теплоперенос в кристалле, расплаве и флюсе, теплообмен излучением между нагревателем и содержимым тигля, формирование фронта кристаллизации и выделение теплоты на нем, образование мениска на границе расплав/флюс. В рамках квазистационарного приближения процесс кристаллизации рассмотрен как серия стационарных состояний, однозначно определяющихся внешним температурным режимом, скоростью протяжки и объемом расплава. Для решения задачи с внутренними подвижными границами применен метод использована выпрямления фронта, В расчетах разностная схема, обеспечивающая выполнение закона сохранения внутренней энергии [2]. Численно изучено влияние скорости протяжки и температуры нагревателя на радиус выращенного монокристалла [3]. Показано, что с увеличением скорости протяжки количество кристаллизующегося материала и, как следствие, радиус кристалла уменьшаются. При этом уменьшение температуры нагревателя приводит к увеличению радиуса кристалла: в таком случае количество теплоты, боковую отводящееся через стенку кристалла, увеличивается, что тепловой компенсирует возросшее выделение энергии на фронте кристаллизации. Несмотря на то, что рассмотренная математическая модель не учитывает ряд важных особенностей технологического процесса, полученные результаты расчетов на качественном уровне согласуются с существующими численными и экспериментальными данными.

- Derby J., Brown R., Geyling F. et al. Finite element analysis of a thermalcapillary model for liquid encapsulated Czochralski growth // J. Electrochem. Soc. 1985. Vol. 132. No. 2. Pp. 470 – 482.
- 2. Gusev A.O., Shcheritsa O.V., Mazhorova O.S. Conservative finite volume strategy for investigation of solution crystal growth techniques // Computers & Fluids. 2020. Vol. 202. P. 104501.
- 3. Гусев А.О., Мажорова О.С. Численное моделирование процесса выращивания монокристаллов методом Чохральского в квазистационарном приближении // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2023. № 59. 20 с.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ СЕТОК НА СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПАМЯТЬЮ

А.Г. Дронов

МГТУ «Станкин», г. Москва

chesston1t@yandex.ru

В математическом моделировании широкое распространение получили расчеты на суперкомпьютерах с использованием разностных сеток различной структуры: структурированной, неструктурированной или блочно-структурированной (гибридной) [1].

В MARPLE [2] для решения задач механики сплошных сред используются неструктурированные сетки, которые разбиты на несколько частей для параллельной обработки на системах с распределенной памятью.

Каждый вычислительный узел систем с распределенной памятью обладает своим собственным адресным пространством и взаимодействует с другим узлом с помощью операций обмена.

Большая по размеру сетка может не помещаться целиком в память вычислительного узла, что является проблемой подхода, когда построенная сначала сетка разделяется на сегменты с помощью вспомогательных программ.

По форме ячеек в двумерном пространстве сетки делятся на треугольные и четырехугольные; в трехмерном пространстве в основном выделяют тетраэдральные и гексаэдральные [1], а также смешанные сетки, в которых кроме вышеупомянутых форм ячейки могут иметь форму треугольной призмы и четырехугольной пирамиды [3].

Предлагается идея параллельного алгоритма построения симплициальных сеток на основе фронтального метода. Такие алгоритмы обычно требуют задания начального фронта, который получается в результате построения симплициальной сетки на границе области. В данной работе предполагается обсудить триангуляцию (вообще говоря, криволинейных) поверхностей, образующих границу расчетной области. На следующем этапе работы предполагается применение аналогичных подходов к построению тетраэдральной сетки в трехмерной расчетной области.

Алгоритм пригоден для реализации на системах с распределенной памятью. Распределение вычислительной нагрузки между исполнителями предполагается осуществлять на основе разбиения пространства.

Геометрическая модель представлена в виде граничного представления. Помимо этого, задается функция желаемого шага сетки, а также количество разбиений с помощью плоскости, параллельной XZ или YZ. Для согласования триангуляций на границах разбиения областей вводится понятие общей зоны, которая является областью между соседними процессами. Добавление сущностей внутрь этой области должно быть согласовано между процессами-соседями.



Рис. 1. Пример общей зоны (красный цвет), разделяющей объект на 4 сегмента.

- 1. Owen S. J. A survey of unstructured mesh generation technology // In Proc. of International Meshing Roundtable. 1998. P. 239–267.
- 2. Гасилов В.А. [и др.] MARPLE: программное обеспечение для мультифизического моделирования в задачах сплошных сред // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2023. № 37. 40 с.
- 3. Blazek J. Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications (Third Edition). Butterworth-Heinemann. 2015.

ЧИСЛЕННОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ

И.М. Ермаков, Р.Р. Полехина, Е.Б. Савенков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

ermakoff.ilya@outlook.com, polekhina@keldysh.ru, e.savenkov@gmail.com

Развитие вычислительных методов для моделирования ударно-волновых процессов в двухфазных средах является важной и актуальной задачей. Многофазные течения широко представлены как в природе, так и в промышленных приложениях. Конкретные задачи, связанные с этой тематикой, включают моделирование ударно-волновых процессов в деталях, конструкциях и сооружениях, а также математическое обеспечение лабораторных экспериментов по изучению поведения материалов под действием экстремальных ударных нагрузок.

Существует много различных моделей описания двухфазных сред. В работе рассматривается математическая модель [1] для описания течений многофазной среды в рамках полностью неравновесного двухскоростного приближения. В рамках этого подхода считается, что, в общем случае, фазы описываются двумя взаимопроникающими континуумами, имеют различные скорости, температуры и поля механических напряжений.

В отличие от большинства неравновесных моделей указанного типа, в настоящей работе предполагается, что поведение фаз является гиперупругим, то есть их деформации и напряженное состояние описывается полными тензорами второго ранга при условии существования упругого потенциала. В частном случае уравнения состояния, учитывающего только объемную деформацию фаз, модель сводится к известной модели типа Баера-Нунциато.

работе рассматривается конкретный В вариант модели. предложенный [1]. Определяющая система уравнений представляет собой систему уравнений законов сохранения массы, момента И энергии. учитывающих взаимодействие между фазами, а также уравнение совместности деформации для каждой из фаз. Таким образом, поведение каждой фазы моделью, сходной с моделью Годунова-Роменского описывается лля однофазной гиперупругой среды [2]. Исследуются математические свойства системы уравнений модели, полной В частности, показывается ee гиперболичность в случае, если гиперболической является соответствующая однофазная модель. Формулируются условия на вид свободной энергии системы, обеспечивающие ее гиперболичность.

С математической точки зрения определяющая система уравнений является гиперболической и неконсервативной. В отличии от консервативных систем уравнений, численное решение неконсервативных гиперболических систем является более сложной задачей при наличии разрывных решений. В данной работе используется теория ДальМазо, Лефлоха и Мурата [3], которая позволяет сформулировать обобщенное решение для неконсервативных гиперболических систем уравнений. DLM основана на понятии пути – гладкого

отображения, интерполирующего между состояниями решения на разрыве. Разные пути в теории DLM приводят к разным классам разрывных решений.

Применяемый численный метод основан на концепции «консервативных по пути» («path-conservative») разностных схем, которые являются вариантом обобщения традиционного метода Годунова на случай неконсервативных систем. Определяющая система уравнений решается методом конечных объемов с использованием консервативных по пути потоков Лакса–Фридрихса.

В работе численно исследуется сходимость решения уравнений модели в зависимости от конкретного способа выбора пути и особенностей реализации разностной схемы. В качестве тестов используются одномерные задачи Римана о распаде разрыва. Результаты расчетов приведены на рис. 1.



Рис. 1. Результаты численных экспериментов для истинной плотности фаз.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 23-11-00218.

- 1. Алексеев М.В., Савенков Е.Б. Математическая модель двухфазной гиперупругой среды. Скалярный» случай // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 40. 63 с.
- 2. Godunov S.K., Romenskii E.I. Nonstationary equations of nonlinear elasticity theory in Eulerian coordinates // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1972. V. 13.
- 3. Dal Maso G., Le Floch P., Murat F. Definition and weak stability of nonconservative products. 1995.

ЗАЩИТА ОРБИТАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОКОЛОЗЕМНОМ КОСМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

М.В. Захваткин, Е.А. Павлова

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва elena@keldysh.ru, zakhvatkin@kiam1.rssi.ru

Актуальность проблемы защиты орбитальной информации возрастает интенсивностью деятельности наряду космической В околоземном с космическом пространстве, появлением стран-лидеров, обладающих мощными космического контроля пространства, разрабатывающими системами общедоступные сервисы на базе орбитальной информации, получаемой от систем контроля, с возможностью пользования подобными сервисами любому авторизованному потребителю.

Многообразие разнородных космических объектов влечет за собой необходимость предотвращения опасных ситуаций, связанных с возможными рисками столкновения космических аппаратов неуправляемыми С И нефункционирующими космическими объектами. В ответ возникающие на опасные ситуации, которые угрожают не только пилотируемым кораблям и орбитальным станциям, но и населению, наземной инфраструктуры, проводятся объектам исследования по ключевых и развитию совершенствованию направлений безопасности деятельности в космосе в соответствии с современными вызовами и угрозами. направлений развития является вектор в сторону Одним из важных совершенствования методов защиты орбитальной информации И информационного обмена.

В задаче обеспечения безопасности информационного обмена важную роль играют следующие принципы:

- принцип закрытых систем (информационный обмен должен происходить только внутри системы и между её структурными компонентами);
- принцип опережения научно-технического прогресса (разработка и использование механизмов опережающего развития, передовых идей и прорывных технологий, обеспечивающих информационный обмен)
- принцип максимального контроля потоков информации (управляемости) (оперативное предотвращение отклонений фактических направлений передачи данных от запланированных)
- принцип независимости от внешних, неучтенных источников информации (невозможность внешних выходов на иные источники, не входящие в контур информационного обмена).

Архитектура общего контура деятельности, связанного с безопасностью в космическом пространстве в разрезе краевой задачи защиты орбитальной информации, представлена на рис.1.



Рис. 1. Общий вид контура деятельности, связанной с безопасностью в космическом пространстве в разрезе защиты орбитальной информации.

В докладе представлены математически обоснованные принципы информационного обмена для усиления защиты орбитальной информации, рассмотрена структура орбитальных параметров, определяющих движение космического объекта, вектор состояния, набор Кеплеровых элементов и проблема обфускации информации, представляемой в виде набора двухстрочных форматов данных TLE.

- 1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности М.: Наука. 1965. 524 с.
- 2. Лебедько Е.Г. Математические основы передачи информации ч. 5: учеб. пособие для вузов СПб: СПбГУИТМО. 2010. 93 с.
- 3. Васильев А.А., Телина И.С., Избачков Ю.С., Петров В.Н. Информационные системы: Учебник для вузов СПб.: Питер. 2010. 544 с.
- 4. Павлова Е.А., Стрельцов А.И., Еленин Л.В. и др. Формирование единого классификатора опасных ситуаций в околоземном космическом пространстве // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 23. 22 с.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФУЗНОЙ ГРАНИЦЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ

Е.В. Зипунова¹, **А.С. Пономарев**^{1,2}, Е.Б. Савенков¹

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва ²МФТИ (НИУ), г. Москва

e.zipunova@gmail.com, ponomarev.as@phystech.edu, savenkov@keldysh.ru

Электрический пробой – это явление резкого возрастания тока в диэлектрике при приложении электрического напряжения выше некоторого критического значения. Обычно деградация диэлектрических свойств материала происходит в локализованной зоне, называемой каналом пробоя.

Исчерпывающей теории развития канала пробоя в твердых диэлектриках, основанной на первых принципах, в настоящее время не существует. По этой причине интерес представляет развитие феноменологических моделей. Для описания развития канала пробоя в настоящей работе используется математическая модель типа диффузной границы. В ее рамках развитие канала пробоя рассматривается как образование новой, поврежденной, фазы среды в рамках фазового перехода. Для образования поврежденной фазы затрачивается заданное количество энергии электрического поля (в расчете на единицу длины канала), которое является параметром модели.

Согласно методу диффузной границы, вещество в системе находится в разных фазах, его состояние описывается гладкой функцией $\phi(x, t)$ – фазовым полем. В рассматриваемой задаче значение $\phi = 1$ соответствует неповрежденной среде, $\phi = 0$ – полностью разрушенной среде, то есть веществу внутри канала пробоя. Границей раздела фаз в модели считается область, где значения ϕ существенно отличаются от 0 и 1; на границе ϕ меняется, быть может, быстро, однако непрерывно. На разрушение среды затрачивается энергия электрического поля. Уравнение модели включают в себя уравнения Максвелла в квази(электро)стационарном приближении и эволюционное уравнения типа Аллена-Кана для фазового поля. Подробно модель описана в [1].

Цель настоящей работы – исследовать качественные характеристики модели: главным образом, условия развития канала пробоя, а также границы применимости разностной схемы для численного решения задачи. Вводятся определенные краевые условия, упрощающие дифференциальную задачу, однако позволяющие проследить интересующие свойства модели. Таким образом, работа сводится к анализу следующего дифференциального уравнения в частных производных:

$$\frac{1}{m}\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{1}{2}K_{\Phi}^{2}\epsilon'(\phi) + \frac{\Gamma}{l^{2}}f'(\phi) + \frac{1}{2}\Gamma\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x^{2}}$$
(1)

Здесь m, K_{ϕ}, Γ , l – положительные числовые параметры; $\epsilon(\phi)$ и $f(\phi)$ – определенные нелинейные функции. Уравнение (1) – нелинейное уравнение типа Аллена–Кана. Типичное решение уравнения (1) представлено на рис. 1.

Канал пробоя может развиваться из малых возмущений свойств неповрежденной среды. Для отыскания приводящих к этому условий изучена устойчивость положений равновесия системы вида $\phi(x,t) \equiv C$, где C – некоторая константа.

Проведено численное исследование задачи. Построена явная разностная схема первого порядка на регулярной сетке; создана реализующая ее компьютерная программа. Получено содержательное условие устойчивости разностной схемы. С помощью программы экспериментально проверено условие устойчивости, подтверждена его применимость на практике. Численно проверена сходимость разностной схемы с соответствующим порядком, а также устойчивость положений равновесия и ее соответствие теоретическому анализу.

Экспериментально установлено поведение плотности каждого из нескольких, составляющих свободной энергии системы. Подтверждено его соответствие логике модели. Проверено, что полная свободная энергия не возрастает, как того требуют соображения физики.



Рис. 1. Типичное решение уравнения (1).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00203.

Список литературы:

1. Зипунова Е. В., Савенков Е. Б. О моделях диффузной границы для описания динамики объектов высшей коразмерности // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 122. 34 с.

СУПЕРКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ МГД-ТЕЧЕНИЙ В КОАКСИАЛЬНЫХ КАНАЛАХ ПЛАЗМЕННЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ

Т.Р. Калимуллин¹, Е.В. Степин²

¹НИЯУ МИФИ, г. Москва ²ИПМ им.М.В. Келдыша РАН, г. Москва

 $t.r.kalimullin @mail.ru, \ eugene.v.step in @gmail.com$

Плазменные двигатели уже используются в космических аппаратах для стабилизации, ориентирования и корректировки полета, однако их более мощные разновидности, работающие на принципе ускорения плотной горячей плазмы в скрещенных электрических и магнитных полях, могут применяться для маршевого движения в космическом пространстве. Примером таких устройств является квазистационарный сильноточный плазменный ускоритель (КСПУ), предложенный А.И. Морозовым [1,2] и в настоящее время разрабатываемый в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» [3].

Объектом моделирования настоящей работы являются течения плазмы в канале ускорителя в форме сопла, образованного двумя коаксиальными электродами (Рис. 1). Плазма рассматривается как сплошная электропроводящая среда, поведение которой описывается в терминах магнитной газодинамики (МГД) [4], при этом диссипативные эффекты (газовая и магнитная вязкости, теплопроводность) пренебрегаются.



Рис. 1. Схема рассматриваемого канала ускорителя в цилиндрических координатах (r, φ, z). Сечение плоскостью φ = const.

В работе используется модель с нестационарными уравнениями «идеальной» одножидкостной магнитной газодинамики. В силу осевой симметрии задачи было достаточно рассмотреть двумерную постановку. Аппарат моделирования строится на основе численного решения начально-краевых задач с использованием вышеописанной системы нестационарных уравнений МГД.

Развивая предыдущие исследования об ускорении плазмы в узких трубках в терминах квазиодномерной модели [5], в работе было изучено влияние внешнего продольного магнитного поля на осесимметричные МГДтечения в коаксиальных каналах в двумерной постановке. В качестве метода расчета была выбрана схема Лакса–Фридрихса. Вычисления производились на кластере Центра инженерно-физических расчетов и суперкомпьютерного моделирования НИЯУ МИФИ.

В ходе исследования в терминах вычислительного эксперимента были получены зависимости макроскопических параметров ускоряемого плазменного потока для различных значений физических характеристик задачи. Представлена их визуализация и дана прикладная интерпретация. Было исследовано влияние внешнего продольного магнитного поля на двумерное осесимметричное МГД-течение в каналах плазменных ускорителей. Научная новизна работы состоит в применении технологии распараллеливания для уменьшения временных затрат на расчет поставленных задач и в исследовании процесса установления рассматриваемого режима течения в различных геометриях ускорителя в присутствии продольного поля.

- 1. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику М.: Физматлит. 2008. 616 с.
- Волков Я.Ф., Кулик Н.В., Маринин В.В., Морозов А.И., Соляков Д.Г., Стальцов В.В., Терешин В.И., Тиаров М.А., Цупко Б.Ю., Чеботарев В.В. Анализ параметров потоков плазмы, генерируемых полноблочными КСПУ X-50 // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 1392.
- 3. Климов Н.С., Гуторов К.М., Коваленко Д.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С., Подковыров В.Л., Ярошевская А.Д. Спектры излучения в потоках ионизующихся газов для установки КСПУ-Т с продольным полем // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 12. 32 с.
- 4. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2017.
- 5. Калимуллин Т.Р., Степин Е.В. Численное моделирование трансзвуковых сверхальфвеновских МГД-течений с ускорением в узких коаксиальных каналах в присутствии продольного магнитного поля // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2023. Т. 12. № 4. С. 233–242.

МЕТОД ПЕНАЛИЗИРОВАННЫХ ПРИСТЕНОЧНЫХ ФУНКЦИЙ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ АЭРОДИНАМИКИ

Н.А. Клюев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва nik kluev@mail.ru

Для численного моделирования турбулентных течений на практике широко используются методы, основанные на решении осреднённых по Рейнольдсу уравнениях Навье-Стокса. Такие методы предъявляют высокие требования к пристеночному разрешению расчётной сетки, что приводит к значительной продолжительности времени расчёта для сложных течений.

Использование методов пристеночных функций позволяет значительно снизить требования к размеру пристеночных ячеек.

В работе представлен новый метод пенализированных пристеночных функций (метод ППФ) [1, 2]. Его ключевой особенностью является дифференциальная формулировка, устраняет которая ряд недостатков, характерных для классических методов пристеночных функций. В методе ППФ вводится вспомогательное дифференциальное уравнение, отвечающее за решения аналитическим законом Bo сшивку внешнего с стенки. вспомогательном уравнении также осуществляется перенос решения на основе метода характеристических штрафных функций в сторону твёрдой поверхности для постановки условия непротекания с заданным касательным напряжением. Гибкая формулировка метода ППФ допускает обобщение метода на широкий класс задач, включая задачи с отрывными течениями. Вычислительный алгоритм метода ППФ реализован на базе программного комплекса Noisette [3].

Применимость метода продемонстрирована на примере решения ряда двумерных задач моделирования турбулентных течений, в том числе характеризующихся наличием точек отрыва и присоединения потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 21-71-10100.

- 1. Васильев О.В., Жданова Н.С. Метод моделирования турбулентного пограничного слоя на основе аналитических законов стенки в формулировке метода характеристических штрафных функций // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2023. Т. 63. № 5. С. 778–794.
- Vasilyev O.V., Zhdanova N.S. Generalization of the Penalized Wall Function Method for Modeling of Turbulent Flows with Adverse Pressure Gradient // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2023. V. 63. No. 12. P. 2384–2401.
- 3. Gorobets A., Bakhvalov P. Heterogeneous CPU+GPU parallelization for highaccuracy scale-resolving simulations of compressible turbulent fows on hybrid supercomputers // Comp. Phys. Communications. 2022. Vol. 271. P. 108231.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ МГД-ТЕЧЕНИЙ С УСКОРЕНИЕМ В УЗКИХ КОАКСИАЛЬНЫХ ТРУБКАХ

А.С. Ковалева¹, Е.В. Степин²

¹НИЯУ МИФИ, г. Москва ²ИПМ им.М.В. Келдыша РАН, г. Москва

kovaleva1580@mail.ru, eugene.v.stepin@gmail.com

Плазменные двигатели активно применяются на малых космических аппаратах для стабилизации, корректировки полета и орбитальных маневров. В перспективе предполагается создание более мощных плазменных двигателей, рассчитанных на ближние и дальние перелеты космических аппаратов. Одним из подобных двигателей является квазистационарный сильноточный плазменный ускоритель (КСПУ), предложенный А.И. Морозовым. Принцип его работы строится на ускорении плотной горячей плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях [1].

В данной работе объектом моделирования являются стационарные течения плазмы в узких коаксиальных трубках в форме сопла криволинейной геометрии. Плазма рассматривается как сплошная электропроводящая среда, что позволяет использовать для ее описания уравнения магнитной газодинамики [2]. Диссипативные эффекты не учитываются.

В исследовании используется модель «идеальной» одножидкостной магнитной газодинамики, полученная в квазиодномерном приближении, при этом параметры течения усреднены по поперечному сечению [3].

Исследовалось влияние продольного магнитного поля и геометрии канала, а именно его кривизны, на ускорительные характеристики узкой оптимальная при которой трубки. Вычислена кривизна, достигается ускорение максимальное плазменного потока. Полученные результаты согласуются с предыдущими исследованиями для узких трубок с постоянной нижней границей [4].

- 1. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит. 2008. 616 с.
- 2. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2012. 200 с.
- 3. Стёпин Е.В. Численная модель установления стационарных альфвеновских и близких к ним МГД-течений в коаксиальных каналах в присутствии продольного магнитного поля // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2014. Т. 3. № 5. С. 517–528
- 4. Степин Е.В., Стационарные МГД-течения в коаксиальных каналах криволинейной конфигурации // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2015. Т. 4. No 5. С. 407–420.

КАК НАЙТИ ВСЕ БАРЬЕРЫ БУТЧЕРА? РИСУНКИ И ГИПОТЕЗЫ

С.А. Конев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва skonev11@yandex.ru

Известно, что невозможно построить явный пятистадийный метод Рунге– Кутты с порядком сходимости 5. Эту особенность называют первым порядковый барьером Бутчера [1]. Существование барьера 60 лет назад доказал известный математик-вычислитель Дж. Бутчер. Позже он же обнаружил второй [2] и третий [3] порядковые барьеры.

С точки зрения математика-вычислителя это означает, что построение явных методов Рунге–Кутты (ЯМРК), – наиболее удобных и простых с точки зрения реализации – высокого порядка сопряжено с трудностями. Например, в 1978 Э. Хайрер [4] смог построить 17-стадийный ЯМРК 10 порядка. Полный набор условий на коэффициенты метода состоял из 1205 нелинейных уравнений, и, чтобы решить их, Хайреру пришлось использовать т.н. упрощающие предположения. По-видимому, с тех пор поиски ЯМРК высокого порядка (как и новых порядковых барьеров) остановились.

Однако за все эти 60 лет так и не было найдено объяснения, почему возникают порядковые барьеры, и можно ли найти их все сразу. В оригинальных работах Бутчера [1–3] существование порядковых барьеров доказывается с помощью громоздких алгебраических выкладок. Но объяснения, почему они возникают, нет.

Между тем, представляется интересным такой вопрос: можно ли найти все порядковые барьеры Бутчера? И, если можно, то как это сделать? Предполагается, что ответ на этот вопрос позволит лучше понять природу не только ЯМРК, но и других одношаговых многостадийных методов (например, неявных методов Рунге–Кутты, методов Розенброка и родственных им (m, k)методов).

Формально на вопрос обо всех барьерах Бутчера ЯМРК отвечает функция d(p) = s(p) - p,

равная разности между желаемым порядком сходимости p и минимальным числом стадий s(p), необходимым для достижения желаемого порядка: если при p функция d(p) испытывает скачок, значит при этом p существует барьер Бутчера.

Однако вид функции d(p) неизвестен. Работы [1-3] фактически определили значения d(p) при p = 5, 7, 8: d(5) = 1, d(7) = 2, d(8) = 3; а работа [4] дала оценку: $d(10) \le 7$. Если указанные результаты собрать в единую таблицу, получим следующее (результаты для p = 9 к настоящему времени неизвестны):

Таблица 1: Значения функций *s*(*p*) и *d*(*p*).

р	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s(p)	1	2	3	4	6	7	9	11		≤17
d(p)	0	0	0	0	1	1	2	3		≤7

Объяснения, почему таблица выглядит именно так, упомянутые работы не дали. В 2019 г. автором настоящей работы была выдвинута гипотеза о виде функции d(p). Кратко эта гипотеза формулируется в следующем виде: для определения d(p) достаточно построить все диаграммы Юнга, соответствующие разбиению числа p, и расположить их по особому правилу в вершинах некоторого графа. Затем вычислить одну специфическую характеристику графа. Гипотеза утверждает, что значение характеристики в точности равно d(p). В следующей таблице собраны значения d(p), полученные автором с помощью этой гипотезы.

Таблица 2: Значения функции d(p), полученные автором.

р	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d(p) (автор)	0	0	0	0	1	1	2	3	5	6

Видно, что гипотеза согласуется с известными результатами при $1 \le p \le 8$. Более того, гипотеза согласуется с новыми результатами! Например, из неё следует, что $d(10) \le 6$, т.е. ЯМРК порядка 10 может содержать 16 стадий. Коэффициенты такого метода построены численно в недавней работе [5].

К сожалению, к настоящему времени доказательство гипотезы в законченном виде построить не удалось. Тем не менее, в данной работе описан процесс вывода гипотезы и поставлен ряд вопросов, ответы на которые должны помочь найти доказательство.

- 1. Butcher J.C. On Runge–Kutta Process of high order // J. Austral. Math. Soc. 1964. V. IV. Part 2. P. 179–194.
- Butcher J.C. On the attainable order of Runge–Kutta methods // Math. Of Comp. 1965. V. 19. P. 408–417.
- 3. Butcher J.C. The non-existence of ten stage eight order explicit Runge–Kutta methods // BIT. 1985. V. 25. P. 521–540.
- 4. Hairer E. A Runge–Kutta method of order 10 // J. Inst. Maths. Applics. 1978. V. 21. P. 47–59.
- 5. Zhang D.K. An explicit 16-stage Runge–Kutta method of order 10 discovered by numerical search. // Numer Algor. 2024-03-01.

ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ПЕРЕЛЁТА МЕЖДУ КРУГОВЫМИ КОМПЛАНАРНЫМИ ОРБИТАМИ С ИДЕАЛЬНО РЕГУЛИРУЕМЫМ ДВИГАТЕЛЕМ МАЛОЙ ТЯГИ

К.Р. Корнеев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва korneev.kr@phystech.edu

В работе изучается зависимость функционала стоимости от длительности перелёта космического аппарата (КА) с идеально регулируемым двигателем малой тяги [1] и от фиктивного времени [2] в конечный момент времени. Для этого используется модельная задача перелёта между круговыми компланарными орбитами с соотношением полуосей равным 1.52, что примерно соответствует соотношению для орбит Земли и Марса. При этом минимизируется квадратичный функционал, возникающий при рассмотрении задачи с ограниченной электрической мощностью [1]

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} a^2 dt \to \min,$$
(1)

где *а* – это величина реактивной тяги двигателя.

Целью работы является демонстрация метода исследования перелётов с малой тягой, в котором число влияющих на траекторию параметров орбиты сводится к минимуму. При этом остаётся несколько величин, характеризующих перелёт: соотношение полуосей орбит, длительность перелёта, угловая дальность и значение функционала стоимости. Фиктивное время по своей величине совпадает с угловой дальностью в невозмущённом случае (т.е. в данной работе фиктивное отсутствие управления). В время является независимой переменной при интегрировании И применяется лля регуляризации уравнений движения [2].

Для изучения поведения функционала численно находится множество оптимальных согласно принципу максимума Понтрягина [3] траекторий, где пара из длительности перелёта и фиктивного времени однозначно определяет граничные условия траектории. Также каждой паре этих величин можно однозначно сопоставить разность фаз планет в начальный момент времени. Это выделяет на поверхности оптимальных значений функционала несколько семейств решений. В рамках одного семейства разность фаз планет проходит значения от 0 до 2π (от π до 2π для семейства 1), после чего номер семейства увеличивается. Результат численного моделирования представлен на рис. 1.

Если на поверхности значений функционала для каждого значения фиктивного времени найти точку минимума, то окажется, что эти точки выстраиваются в линию минимума функционала. Траектории, принадлежащие данной линии, являются спиральными траекториями без самопересечений.



Рис. 1. Значения функционала стоимости в зависимости от длительности перелёта и фиктивного времени

Линию глобального минимума можно аппроксимировать следующей функцией

$$t_f = 0.0264 + 0.7139s_f + 0.0011s_f^2 \tag{2}$$

где s_f — это величина фиктивного времени, а t_f — это длительность перелёта. Это означает, что длительность таких перелётов можно оценивать, зная угловую дальность и зависимость фиктивного времени от угловой дальности. Ранее численно-аналитические формулы оценки длительности перелёта были известны для случая минимизации времени перелёта для модели двигателя с постоянной скоростью истечения [4].

Полученный результат показывает, что предложенный метод исследования позволяет аппроксимировать длительность перелёта для случая идеально регулируемой тяги и демонстрирует общую картину поведения функционала.

- 1. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета с малой тягой. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1966. 678 с.
- 2. Sundman K.F. Mémoire sur le problème des trois corps // Acta mathematica. 1913. Vol. 36. P. 105–179.
- 3. Понтрягин Л.С. et al. Математическая теория оптимальных процессов. 3-е изд. М.: Наука. 1976. 392 с.
- 4. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. – М.: Вычислительный центр АН СССР. 1968. 108 с.

АСПЕКТЫ СОВРЕМЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УСЛОВИЙ РАБОТЫ И СПУСКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

М.А. Котов

ИПМех РАН, г.Москва

kotov@ipmnet.ru

актуальных аспектах и проблемах постановки Рассказывается об наземных экспериментов, решаемых сотрудниками ИПМех РАН для условий моделирования работы И спуска космических аппаратов. Получаемые результаты важны для валидации расчетных моделей и программных комплексов при численном моделировании соответствующих физических процессов и определении степени их согласования.

Интерес к созданию новых космических аппаратов и развитию программ дальнейшего исследования планет Солнечной системы неуклонно растет. Комплекс вопросов, связанных с характеристиками плазменного слоя, который возникает у поверхности спускаемого аппарата при его движении в атмосфере, спектром решение которых чрезвычайно становится задач, является актуальным. Полный тепловой поток на поверхность аппарата при высоких скоростях полета сильно зависит от радиационной составляющей, которая излучающей и поглощающей способности образовавшегося зависит OT Достоверное определение плазменного слоя. долей конвективного И радиационного нагрева в возникающих ударно-волновых структурах имеет как связанное фундаментальное значение, изучением С процессов высокоскоростной газодинамики и физико-химической кинетики, так и прикладное значение, связанное с определением термохимических свойств теплозащитных материалов и проектированием элементов аппарата [1, 2].

Для атмосферного участка полета спускаемого космического аппарата в некоторых точках траектории радиационные тепловые потоки могут достигать значений, сопоставимых с конвективными тепловыми потоками. Задачи создания и исследования материалов тепловой защиты будущих межпланетных миссий требуют глубокой модернизации существующих наземных экспериментальных установок для более достоверного моделирования условий радиационно-конвективного нагрева. Для этого выполняются эксперименты по комбинированному нагреву образцов теплозащитного материала дозвуковыми струями плазмы газов индукционного ВЧ-плазмотрона и лучом иттербиевого волоконного лазера [3, 4].

Актуальность исследований использования методов механики в проблеме МКС оптимизации материалов С покрытиями для эксперимента на определяется крайней необходимостью продления ресурса работы пар трения в открытом космосе. В результате расширения фронта работ на МКС всё более расширяется количество узлов трения, работающих в открытом космосе. На выдвигаются задачи долговременной работы первое место подвижных сопряжений. Это возможно достичь путём использования методов современной механики для разработки и исследования новых материалов и покрытий для трущихся сопряжений [5–8]. Здесь важно моделировать такие факторы воздействия космического пространства, как высокий вакуум, жесткое УФ излучение, большие перепады температур. Воздействие излучения особенно важно для изучения фрикционных характеристик полимеров, материалов на основе каучука, смазочных материалов, исследования их изменений вследствие интенсивного старения [9].

- 1. Kotov M.A., Shemyakin A.N., Solovyov N.G. et al. Performance assessment of thermoelectric detector for heat flux measurement behind a reflected shock of low intensity // Applied Thermal Engineering. 2021. V. 195. P. 117143
- 2. Котов М.А., Козлов П.В., Левашов В.Ю. и др. Регистрация радиационного теплового потока в ударной трубе с помощью термоэлектрического детектора // Письма в Журнал технической физики. 2023. Т. 49, № 17. С. 36.
- 3. Васильевский С.А., Галкин С.С., Колесников А.Ф. и др. Исследование режимов теплообмена в дозвуковых струях диссоциированного азота высокочастотного индукционного плазмотрона при дополнительном нагреве поверхности лазерным излучением // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2023. № 4.
- Simonenko E.P., Kolesnikov A.F., Chaplygin A.V. et al. Oxidation of ceramic materials based on hfb2-sic under the influence of supersonic co2 jets and additional laser heating // International Journal of Molecular Sciences. 2023. V. 24. No. 17. P. 13634.
- 5. Броновец М.А. Трибология и космические транспортные системы // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2017. № 1. С. 18–23.
- Bronovets M.A. Tribology Problems in Space. CD-ROM Proceedings of 5th World Tribology Congress. Turin, Italy, 8–13 September 2013. №152. ISBN 978-88-908185
- 7. Броновец М.А. Твёрдосмазочные покрытия в космической технике // Трибология-машиностроению: Труды XIV Международной научнотехнической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения А.П. Семёнова. – М.: ИМАШ РАН. 2022. С. 64–67.
- Броновец М.А. Масла и пластичные смазки в узлах трения космических аппаратов // Трибология. Состояние и перспективы / Под ред. М.А. Броновца и И.Г. Горячевой ISBN 978-5-4221-0875-6. Т. 2. РИК УГАТУ Уфа: 2019. С. 352–377
- Броновец М.А., Огуречников В.А., Соловьев Н.Г., Чижов Ю.Л., Якимов М.Ю.. Экспериментальная установка для изучения трения и изнашивания с имитацией факторов открытого космоса // Трение и износ. 2009. Т. 30 (6). С. 529–532.

ОСОБЕННОСТИ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ АВТОРСКИХ КОДОВ В ASTRA LINUX SE

Н.О. Кременецкий

ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, г.Москва

kremen@ipmnet.ru

Систематизация авторских научных разработок на современных предприятиях позволяет расширить спектр применения самих разработок и помогает инженерам-конструкторам и научным сотрудникам эффективнее использовать научный задел предприятия. В настоящем докладе представлена Цифровая система, представляющая из себя прототип картотеки авторских научных кодов для помощи инженеру-конструктору при решении узкоспециализированных проектирования, конструирования задач И сопровождения. Помимо авторских кодов Цифровая система содержит информацию о проведенных расчетах, исследуемых объектах и литературе, рекомендуемой к ознакомлению.

Цифровая система является клиент-серверным веб-приложением с монолитной архитектурой (рис. 1). Серверная часть написана на языке высокого уровня Python3 с использованием программной платформы Flask [1]. Для хранения данных применяется база данных PostgreSQL [2, 3], а в качестве клиента используется веб-интерфейс, написанный с использованием Jinja2-шаблонов веб-страниц [4], html-верстки, css-стилей и javascript для работы со страницами без обращения к серверу и обработки асинхронных запросов.





Цифровой Конфигуратор позволяет из интерфейса системы настроить пути к необходимым переменным среды для удаленных ЭВМ и расчетных кластеров. Для проведения удаленных расчетов и их мониторинга используется система очередей Slurm [5]. Доступ к удаленным ЭВМ осуществляется по протоколу SSH.

Цифровая система полностью совместима с операционной системой Astra Linux SE, поддерживает встроенные режимы мандатного ограничения доступа [6, 7]. К особенностям разработанной системы можно отнести использование только доступных в репозиториях Astra Linux средств разработки, а также способность системы использовать вычислительные ресурсы других ЭВМ внутри локальной сети (рис. 2).



Рис. 2. Внешний вид терминала Цифровой системы.

- 1. Документация Flask [Электронный pecypc] URL: <u>https://flask.palletsprojects.com/en/3.0.x/</u>.
- 2. Документация PostgreSQL [Электронный pecypc] URL: <u>https://postgrespro.ru/docs/</u>
- 3. Кременецкий Н.О. Программа обработки небинарных деревьев на основе структуры из базы данных unBT-DB (SOFT). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2023688520, 22 декабря 2023. Правообладатель: ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН.
- 4. Jinja [Электронный pecypc] URL: https://jinja.palletsprojects.com/en/3.1.x/
- 5. Документация Slurm workload manager [Электронный pecypc] URL: <u>https://slurm.schedmd.com/documentation.html</u>.
- Операционная Система Astra Linux Special Edition РУСБ.10015-01 (очередное обновление 1.7) [Электронный ресурс]. URL: https://wiki.astralinux.ru/pages/viewpage.action?pageId=137563438.
- 7. Apache HTTP Server версия 2.4 Документация [Электронный ресурс] <u>https://httpd.apache.org/docs/2.4/ru/</u>.

АНАЛИЗ И РАЗРАБОТКА СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ДЛЯ ВОКСЕЛЬНЫХ СЕТОК В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

Б.В. Критский

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва boris.v.kritskiy@gmail.com

В настоящее время наблюдается значительный интерес к разработке вычислительных ядер программ-симуляторов, адаптированных для использования представления геометрии расчетной области и полей свойств воксельных (декартовых ортогональных структурированных с постоянным шагом) сеток. Не в последнюю очередь это связано с развитием средств и методов компьютерной томографии, результатом которой является вокальное представление среды или материала.

Для сеток рассматриваемого типа естественно использование классической IJK индексации ячеек. Вместе с этим, чаще всего расчетная область содержит большое число неактивных ячеек, которые дополняют реальную расчетную область до полного «куба» ячеек, но расчет в которых непосредственно не производится. Такие ячейки называются неактивными. Для областей со сложной геометрией число неактивных ячеек может быть велико, а их распределение – неоднородно.

Эффективная структура данных в таких случаях должна обеспечивать хранение только активных ячеек и возможность загрубления сетки в местах их скопления для уменьшения необходимого количества вычислений – с сохранением IJK индексации.

Вопрос эффективного хранения активных ячеек неоднократно рассматривался в литературе. Одним из подходов к его решению является структура данных OpenVDB [1, 2], изначально предложенная для задач визуализации. Данная структура данных представляет собой статическое дерево, где каждый уровень является регулярной сеткой заранее определенного размера. Ячейка сетки на каждом уровне хранит подсетку и/или данные. В итоге получается блочная структура, блоки которой можно хранить в памяти или подгружать с диска по необходимости. Для экономии памяти «активность» каждого элемента определяется битовой маской и в памяти хранятся только активные узлы дерева. Статичность структуры дерева имеет свои достоинства и недостатки. С одной стороны, она позволяет разрешить множество условных переходов на этапе компиляции, что делает работу данной структуры довольно быстрой. С другой стороны, для быстрого доступа блоки данных должны быть достаточно большими, что приводит к определенным проблемам С измельчением сетки – без дополнительных ухищрений оно получается довольно грубым. Также сложно решается вопрос распараллеливания с использованием методов разделения области, поскольку для хранения дополнительных ячеек приходится сильно расширять расчетную область из-за того, что длина уровня по каждому измерению должна соответствовать степени двойки.

С другой стороны, для реализации AMR удобно использовать структуры данных типа двоичного дерева, реализованные, например, в библиотеке p4est [3]. В ней данные хранятся, по сути, на неструктурированной сетке, поэтому подобный подход требует хранения довольно большого объема дополнительной информации. Однако он более удобно распараллеливается с использованием MPI, а также позволяет измельчать сетку последовательно, что является очевидным преимуществом.

Основной целью настоящей работы является создание структуры данных, требующей, с одной стороны – хранения минимальной дополнительной информации, а с другой – обеспечивающей быстрый прямой доступ к данным на различных уровнях измельчения сетки. Для достижения поставленной цели реализована структура данных типа двоичного дерева с использованием битовых масок. Данная структура данных позволяет хранить разреженные данные с возможностью адаптивного измельчения или загрубления сетки. Помимо этого, она обеспечивает хранение множества уровней в едином массиве данных, то есть возможность сохранять одновременно данные в грубой ячейке и данные на ее измельчении. Для создания новой структуры были использованы основные идеи, лежащие в основе структур данных, а также предварительные результаты тестирования ее возможностей. На рис. 1 показаны фрагмент воксельной сетки для керна и пример измельчения сетки.



Рис. 1. Фрагмент воксельной сетки для керна и пример измельчения сетки.

- 1. Museth K. VDB: High-Resolution Sparse Volumes with Dynamic Topology // ACM Transactions on Graphics. 2013. 32(3)
- 2. Museth K. DB+Grid: A Novel Dynamic Blocked Grid for Sparse Highresolution Volumes and Level Sets // ACM SIGGRAPH 2011 Talks.
- Burstedde C., Wilcox L.C. and Ghattas O. p4est: Scalable Algorithms for Parallel Adaptive Mesh Refinement on Forests of Octrees // SIAM Journal on Scientific Computing. 2011. V. 33. No. 3. P. 1103–1133.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КЛИНА И ПЛАСТИНЫ РАЗРЫВНЫМ МЕТОДОМ ЧАСТИЦ БЕЗ УЧЕТА ФОРМЫ

А.Е. Кувшинников

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва kuvsh90@yandex.ru

Главной особенностью газовой динамики возникновение является областей разрывов, сильных градиентов поле течения. Качество В вычислительных методов оценивается их способностью адекватно передавать такое поведение решения. Разрывный метод частиц позволяет справиться с трудностями лучше, чем традиционные разностные и конечно-ЭТИМИ элементные методы. Он основан на подходе Лагранжа, что обеспечивает автоматическое построение сетки, и имеет конструктивную склонность к распараллеливанию, экономичен с точки зрения многомерности и идеален для иерархических переходов между микро- и макромоделями [1, 2].

Метод используется для численного решения задачи обтекания клина сверхзвуковым потоком невязкого газа, что приводит к образованию косого скачка уплотнения [3, 4]. Модификация разрывного метода частиц без опоры на форму частиц позволяет достигнуть высокой точности решения в двумерном случае, что видно по размазыванию разрыва на одну ячейку. Вводится инвариант, интерпретируемый как сохранение массы между двумя наиболее интенсивно взаимодействующими частицами, что упрощает этап коррекции. Сравниваются численные решения разрывного метода частиц и численные решения, полученные с помощью OpenFOAM, с аналитическим решением в норме L₂. Визуализация результатов наглядно иллюстрирует особенности метода разрывного метода частиц для двумерных задач газовой динамики.



Рис. 1. Распределение давления в задаче образования косого скачка уплотнения.

Область применения разрывного метода частиц расширена на задачи с вязкостью, для этого диффузионный член представлен в формулировке данного метода [5]. Для примера взята задача образования пограничного слоя при обтекании пластины сверхзвуковым потоком вязкого газа. В данном контексте демонстрируется, что разрывный метод частиц успешно воспроизводит качественную структуру течения. Также проводится сравнение количественной характеристики, а именно толщины пограничного слоя. Для улучшения результатов предполагается использование механизма «рождения–гибели» частиц [6].



Рис. 2. Распределение продольной компоненты скорости в задаче образования пограничного слоя.

Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера К-100, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

- 1. Богомолов С.В., Звенков Д.С. Явный метод частиц, несглаживающий газодинамические разрывы // Математическое моделирование. 2007. Т. 19. № 3. С. 74–86.
- Bogomolov S.V., Esikova N.B., Kuvshinnikov A.E. Micro-macro Fokker– Planck–Kolmogorov models for a gas of rigid spheres // Math. Models Comput. Simul. 2016. V. 8. No. 5. P. 533–547.
- Bogomolov S.V., Kuvshinnikov A.E. Visualization of the application of the discontinuous particle method without taking into account the particle shape to the quasi-linear transport equation // Scientific Visualization. 2021. V. 13. No. 2. P. 94–103.
- Bogomolov S.V., Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Comparative verification of numerical methods involving the discontinuous shapeless particle method // Scientific Visualization. 2022. V. 13. No. 4. P. 97–109.
- Bogomolov S.V., Kuvshinnikov A.E. Visualization of Calculations of the Discontinuous Particle Method in Problems with Viscosity // Scientific Visualization. 2023. V. 15. No. 4. P. 112–123.
- 6. Богомолов С.В. Метод частиц. Несжимаемая жидкость // Математическое моделирование. 2003. Т. 15. № 1. С. 46–58.

ОБ ОДНОЙ ПОЛНОСТЬЮ КОНСЕРВАТИВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЕ С ВЯЗКИМ НАПОЛНЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

М.Е. Ладонкина^{1,2}, Ю.А. Повещенко^{1,2}, **Х. Чжан^{1,2}**

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва ²МФТИ (НИУ), г. Москва

ladonkina@imamod.ru, hecon@mail.ru, chzhan.h@phystech.edu

полной Принцип консервативности является ОДНИМ ИЗ весьма эффективных критериев качества разностных схем, возникающих при численном моделировании движений сплошной среды [1-3]. Отличительной особенностью таких схем является обеспечение не только баланса полной энергии, но и детального баланса для отдельных видов энергии – внутренней и кинетической, что позволяет корректно рассчитывать сложные разрывные течения. В работе регуляризация потоков массы, импульса и внутренней энергии уравнений газовой динамики с помощью адаптивной искусственной вязкости не нарушает свойств полной консервативности.

Полностью консервативная [2] разностная схема (ПКРС) для системы уравнений Эйлера [4] может быть записана в виде:

$$m_{t} = -\nu DIN_{D} \overrightarrow{\mu}_{D},$$

$$(mu)_{t} = -\nu GRAD_{\sigma}\pi^{\sim} - \nu DIT_{D}(\overrightarrow{\mu}_{D} \cdot \overrightarrow{u}_{D}),$$

$$(m\varepsilon)_{t} = -\frac{1}{2}\sum_{\Omega(\omega)} (\pi^{\sim} V DIV_{\sigma} \overrightarrow{u^{\sim}})_{\Omega} - \nu DIN_{D} (\overrightarrow{\mu}_{ED} + \overrightarrow{\chi}_{D}),$$

$$\left(m\frac{\overrightarrow{u^{2}}}{2}\right)_{t} = -\nu(u^{\sim}, GRAD_{\sigma}\pi^{\sim}) - \nu DIN_{D} (\overrightarrow{\mu}_{D} \frac{\overrightarrow{u}_{D}^{2}}{2}).$$

Подробное описание входящих величин представлено в работе [5].

В настоящей работе данная схема используется для моделирования классической задачи Сода (Sode problem) [6]. Данное решение содержит все основные виды волн и контактных разрывов, характерных для газодинамических течений. В таблице 1 представлены начальные условия этой задачи, значения указаны в безразмерном виде. Показатель адиабаты $\gamma = 1.4$.

Л	евая област	ГЬ	Пра	вая област	Ъ
ρ	u	Р	ρ	u	Р
1.0	0.0	1.0	0.125	0.0	0.1

Таблица 1: Начальные условия в задаче Сода.

На рисунке 1 представлено решение задачи Сода в момент времени T = 2.0 с. Наряду с аналитическим решением (синяя линия), приводятся численные решения на равномерной сетке (красные точки) и на неравномерной сетке (зелёные крестики). Расчеты демонстрируют удовлетворительное совпадение численного и аналитического решений классической задачи Сода.



Рис. 1. Профиль плотности в момент времени T = 2.0 с.

- 1. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука. 1980.
- 2. Попов Ю.П., Самарский А.А. Полностью консервативные разностные схемы // ЖВМиМФ. 1969. Т. 9. № 4. С. 953–958.
- 3. Колдоба А.В., Повещенко Ю.А. Полностью консервативные разностные схемы для уравнений газовой динамики при наличии источников массы // Препринты ИПМ им М.В. Келдыша АН СССР. 1982. № 160.
- 4. Повещенко Ю.А., Ладонкина М.Е., Подрыга В.О., Рагимли О.Р., Шарова Ю.С. Об одной двухслойной полностью консервативной разностной схеме газовой динамики в эйлеровых переменных с адаптивной регуляризацией // Препринты ИПМ им М.В. Келдыша. 2019. № 14. 23 с.
- 5. Ладонкина М.Е., Повещенко Ю.А., Рагимли О.Р., Чжан Х. Теоретическое исследование устойчивости узловых полностью консервативных разностных схем с вязким наполнением для уравнений газовой динамики в переменных Эйлера // Журнал СВМО. 2022. Т. 24. № 3. С. 317–330.
- Sod G.A. A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws // Journal of Computational Physics. 1978. V. 27. No. 1. P. 1–31.

ОПТИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕНИ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ЗАДАЧАХ ДЗЗ

Г.Р. Макаров^{1,2}, А.С. Охитина²

¹МФТИ (НИУ), г. Москва ²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва makarov.gr@phystech.edu

Съемка объектов на поверхности Земли с орбиты – большой класс зондирования Земли дистанционного (ДЗЗ), решаемых подзадач С использованием малых космических аппаратов (КА). Данные, получаемые с помощью оптических систем КА, используются для изучения и мониторинга различных физических характеристик земных, атмосферных и водных экосистем, а также часто применяются в геодезии и картографии. Для повышения точности ориентации на спутниках устанавливаются маховичные системы управления угловым движением. В настоящее время существует множество работ, где предложены различные алгоритмы обеспечения стабилизации КА, однако вопрос оптимальности разворота поднимается нечасто. При этом, кроме обеспечения высокой точности ориентации и стабилизации КА в режиме съемки, также возникает вопрос о максимально возможном количестве объектов интереса, которые можно снять за время пролета над определенной областью. Это число зависит как от возможностей маховиков, параметров КА и орбиты в целом, так и от алгоритма управления. Таким образом, необходим алгоритм управления, обеспечивающий требуемую точность ориентации, стабилизации, И минимизирующий время переориентации КА между точками интереса.

В работе для обеспечения быстродействия предлагается построить некоторое опорное угловое движение, удовлетворяющее заданным ограничениям на возможности маховичной системы. Для этого используется параметризация, описанная в [1,2], которая задает опорную траекторию в следующем виде:

$$Q(t) = Q_0 \circ (\tilde{Q}_0 \circ q_0)^{p_1(t)} \circ (\tilde{q}_0 \circ q_1)^{p_2(t)} \circ (\tilde{q}_1 \circ q_2)^{p_3(t)} \circ (\tilde{q}_2 \circ q_3)^{p_4(t)} \circ (\tilde{q}_3 \circ Q_1)^{p_5(t)}$$

где Q_0 , Q_1 – начальный и конечный кватернионы ориентации КА, q_k , $k = \overline{0,3}$ – вспомогательные кватернионы, $p_i(t)$, $i = \overline{1,5}$ – многочлены вида $p_i(t) = \sum_{k=0}^{5} a_{ik} t^k$.

Начальные значения кватерниона ориентации, угловой скорости и ускорения на практике можно получить из обработки измерения датчиков на борту КА, поэтому они считаются известными. По широте и долготе точки интереса строятся конечные условия ориентации. Значения угловой скорости и углового ускорения в начале и конце переориентации зависят от краевых значений производных многочленов $p_i(t)$, $i = \overline{1,5}$. Эти параметры, а также время

переориентации и угол вращения вокруг оптической оси, являются параметрами оптимизации с целевой функцией следующего вида:

$$F(\mathbf{x}_{t}^{k}) = \begin{cases} T; \forall i \in \{x, y, z\} | H_{i} | < H_{\max} \cap |\dot{H}_{i}| < dH_{\max} \\ \infty; \exists j \in \{x, y, z\} | H_{j} | \ge H_{\max} \cup |\dot{H}_{j}| \ge dH_{\max} \end{cases}$$

Задача оптимизации решается с помощью метода роя частиц (PSO, [3]), безградиентного метода глобальной оптимизации. Параметры PSO подбираются в соответствии с рассматриваемой задачей так, чтобы ускорить сходимости метода (уменьшить время нахождения лучшего значения).

На рис.1а представлена целевая орбита и точка интереса в задаче съемки, на рис.1б изображен график изменения компонент суммарного кинетического момента маховиков за время маневра, а также предельно допустимые значения (красным).



Рис. 1. а) орбита КА и точка интереса; б) суммарный кинетический момент маховиков.

- 1. Ткачев С. С. [и др.] Построение опорной траектории третьего порядка гладкости углового движения космического аппарата // Математическое моделирование. 2021. Т. 33. № 10. С. 3–18.
- 2. Dam E.B., Koch M., Lillholm M. Quaternions, interpolation and animation. Citeseer. 1998. 98 p.
- 3. Simon D. Evolutionary optimization algorithms. John Wiley & Sons. 2013. 742 p.

РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ДВИЖУЩЕГОСЯ СПУТНИКА СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ

Б.О. Мухачев^{1,2}, С.С. Ткачев²

¹МФТИ (НИУ), г. Москва ²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва mukhachev.bo@phystech.edu, tkachev.ss@phystech.edu

Моделирование движения космического аппарата (КА) на низких околоземных орбитах требует расчета силы и момента, обусловленных взаимодействием поверхности спутника с набегающим потоком. Для аппаратов с небольшим баллистическим коэффициентом и простой формой для описания этих величин, как правило, оказывается достаточно относительно простой модели. В случае же, когда КА обладает большой парусностью и/или имеет сложную форму, возникает необходимость разрабатывать более сложную модель, которая учитывает и форму, и разный характер взаимодействия набегающего потока с поверхностью КА. Работа посвящена разработке и программной реализации такой модели. Полагается, что движение происходит на высотах от 200 км, поэтому течение полагается свободномолекулярным, а взаимодействие – диффузно-зеркальным [1].

Расчет силы и момента аэродинамического сопротивления сильно зависит от геометрии фигуры, поэтому для оптимального создания формы спутника в работе в дальнейшем будет рассматриваться метод затемнения [2].

Общий метод состоит из нескольких стадий и реализован в программной MATLAB. Первостепенно рассчитываются среде величины для аппроксимационных поверхностей И сравниваются с теоретическими значениями. Следующим шагом является организация структуры данных для оптимизации работы программы, он показан на рисунке ниже: создается специальный массив, который хранит данные всех соседей-треугольников, вершины которых являются вложенными множествами среди всех нами используемых сеток для триангуляции.



Рис. 1. Организация структуры данных.

Финальным шагом является линейная интерполяция на треугольной пластине значений силы и момента с произвольно заданным направлением вектора скорости потока, которая выглядит следующим образом:

$$f(\mathbf{P}') = \sum_{i=1}^{3} \frac{B_i}{B_1 + B_2 + B_3} f(\mathbf{P}_i)$$

где P' — проекция произвольного заданного направления потока скорости на плоскость треугольника, P_i — вершины треугольника, B_i — барицентрические координаты, i = 1,2,3 [3].

Данный метод был применен к единичной сфере, параллелепипеду и схеме спутника. Модели данных фигур и их триангуляция были получены в программе Blender.



a)

б)

Рис. 2. Модели сферы (а) и спутника (б) и их триангуляция.

В докладе изложен предложенный метод расчета аэродинамических силы и момента, действующих на спутник в разреженной атмосфере, на триангулированной сетке, предложена организация структуры массива, приведена верификация модели и сравнение равномерной и неравномерной сферических сеток, а также проверка интерполяционной модели на сфере и параллелепипеде.

- Белецкий В.В., Яншин А.М. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников // Наукова думка. 1984. 188 с.
- Marianowski C., Traub C., Pfeiffer M., Beyer J., Fasoulas S. Satellite design optimization for differential lift and drag applications // DOI: 10.48550/2303.6612. 2023.
- 3. Renka Robert J. Interpolation of Data on the Surface of a Sphere // DOI: 10.1145/2701.2703.1984.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОМАСШТАБНЫХ СОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА ЛАД-СЕТКАХ

В.С. Никитин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва zogorlol@gmail.com

Доклад посвящен разработанному докладчиком трехмерному параллельному программному комплексу, способному эффективно решать широкий класс задач газовой динамики. В этот класс входят нестационарные многомасштабные задачи обтекания подвижных твердых тел. Движение тел может быть как вынужденным, так и свободным, то есть вызванным взаимодействием со сплошной средой. Для эффективного решения таких задач необходимы адаптивные расчетные сетки, которые будут автоматически перестраиваться под решение на текущем временном шаге в процессе счета. Ручные и полуавтоматические методы создания сеток требуют априорную информацию о динамике задачи и затрат человеческих ресурсов. Так же ключевой является эффективная параллелизация программного комплекса, так как в трехмерном случае даже при использовании подходящих сеток увеличение точности расчета требует В 2 раза увеличения затрат вычислительных ресурсов приблизительно в 8 раз.

Для выполнения этих требований в представленном программном комплексе используется комбинация методов, эффективно работающих друг с другом. В первую очередь это локального-адаптивные декартовые сетки, для работы с которыми используется библиотека p4est [1]. Библиотека отвечает за модификацию сетки, декомпозицию областей и балансировку ячеек для распределения нагрузок между процессами, построение и синхронизацию «призрачных слоев» из ячеек, хранящихся на других процессах, но необходимых в вычислениях на текущем процессе. Для параллелизации библиотека p4est и данный программный комплекс использует стандарт МРI для распределенных вычислений. Отдельно стоит упомянуть реализованный в библиотеке алгоритм сглаживания сетки [2], который следит, чтобы соседние ячейки отличались не более чем на 1 уровень разбиения.

Для работы с твердыми телами используется метод свободной границы [3,4]. В данном методе уравнения Эйлера газовой динамики, которыми в данный момент ограничен программный комплекс, заменяются эквивалентной постановкой, в которой задача решается без внутренних граничных условий, а их влияние учитывается с помощью компенсационных потоков, вводимых в правые части уравнений. В численной реализации метода в ячейках считалась доля объема, занимаемого газом, от общего объема ячейки. На основании этих долей ячейки делились на полностью газовые, полностью твердые и пересекаемые поверхностью твердого тела. Расчеты в «твердых» ячейках были фиктивными и были нужны для построения гладкого продолжения решения, которое использовалось в качестве начальных данных, в случае если на следующем шаге по времени в некоторых ячейках появится доля газа. Результатом многочисленных экспериментов с этим методом является его модификация автором доклада. В качестве начальных данных для ячеек, переставших быть фиктивными, используется аналитическое решение задачи о движении поршня, а в «твердых» ячейках никаких вычислений более не проводится. Для модифицированного метода выполняется условие галилеевой инвариантности, отсутствовавшее в многомерном случае для классического метода свободной границы.

Для динамической адаптации локально-адаптивной сетки к решению используется разработанный автором метод локальной вейвлетной адаптации на основе неравномерных В-сплайн вейвлетов [5]. В нем вейвлетный анализ каждой ячейки проводится независимо от других ячеек, и используются позволяющий квазимногомерный подход, отказаться ОТ громоздких конструкций, связанных с тензорными произведениями. Вместо этого анализ проводится отдельно по каждой из осей, а затем совмещается. Это позволяет не вычислительных затрат тратить больших на адаптацию и не портит масштабируемость.

Возможности программного комплекса, в котором реализованы перечисленные методы, продемонстрированы на некоторых задачах со свободно движущимися телами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 075-15-2019-1623.

- 1. Burstedde C., Wilcox L.C., Ghattas O. p4est: Scalable Algorithms for Parallel Adaptive Mesh Refinement on Forests of Octrees // SIAM Journal on Scientific Computing. 2011. V. 33. No. 3. P. 1103–1133.
- 2. Isaac T., Burstedde C., Ghattas O. Low-Cost Parallel Algorithms for 2:1 Octree Balance // Proceedings of the 26th IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium. 2012.
- 3. Меньшов И.С., Корнев М.А. Метод свободной границы для численного решения уравнений газовой динамики в областях с изменяющейся геометрией // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 5. С. 99–112.
- Меньшов И.С., Павлухин П.В. Эффективный параллельный метод сквозного счета задач аэродинамики на несвязных декартовых сетках // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 9. С. 1677–1691.
- Afendikov A.L., Nikitin V.S. Local Wavelet Adaptation of Cartesian Grids in Computational Fluid Dynamic // Comput. Math. and Math. Phys. 2024. V. 64. P. 300–313. https://doi.org/10.1134/S0965542524020027.

ПРИМЕНЕНИЕ КИНЕТОСТАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА

А.В. Плотников

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва plotnikov.workmail@yandex.ru

Одной из функций мобильных [1] сервисных роботов различный оперирование конструкций является объектами В пространстве С встроенного в робот манипулятора. использованием К конструктивным препятствующим выполнению мобильным роботом факторам, С манипулятором можно отнести предел насыщения приводов манипулятора робота и возможность опрокидывания робота.

Для минимизации опасности потери устойчивости и опрокидывания во время конструирования робота с манипуляционным механизмом следует допустимые определить максимальные массы И перемещения объекта манипулирования, которые не приводят К потере устойчивости И опрокидыванию робота. Для мобильных роботов известны подходы к оценке Д.Е Охоцимским, устойчивости, предложенные Ю.Ф. Голубевым И В.Е. Пряничниковым [2-4].

Анализ динамики возможно выполнить не только с помощью сторонних программных систем расчета динамики механизмов [5] или уравнений Лагранжа [6], но и принципа, основанного на уравнениях кинетостатики [7].

Основываясь на уравнениях кинетостатики, возможно сформировать систему управления [8] (рис. 1), которая бы обеспечивала увеличение запаса устойчивости при выполнении операций захвата мобильным роботом путем управления движением манипулятора и использованием дополнительного ускорения платформы для увеличения запаса устойчивости (рис. 2).



Рис. 1. Структура (а) информационно управляющих процессов в мобильном роботе с включенным блоком прогноза (б) результатов движения.



Рис. 2. Стратегия захвата объекта мобильным роботом

Проведенное моделирование работы системы показало, что дополнительное ускорение робота при захвате позволяет получить рост грузоподъемности до 14-20%. Величина прироста дополнительной грузоподъемности зависит от конфигурации манипулятора при захвате объекта.

- 1. Васильев А.В, Лопота А.В. Уточнение типоразмерных групп наземных дистанционно управляемых машин для применения в опасных для человека условиях // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2015. № 1 (214). С. 226–234.
- 2. Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука, 1984. 312 с.
- Голубев Ю.Ф., Пряничников В.Е., Павловский В.Е. Динамика шагающего робота, управляемого оператором. // В кн.: Исследование робототехнических систем. –М.: Наука, 1982. С. 78–86.
- 4. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Пряничников В.Е. Методика моделирования робота, перемещающегося в пространственной среде // Изв. АН СССР, сер. Техническая кибернетика. 1980. № 1. С. 46–54.
- Damic V., Cohodar M., Muratovic M. Dynamic Modelling of Mobile Robots Based on its 3D CAD Model // Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium. 2017. P. 0144–0149. Katalinic B. (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-11-2, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria. DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings.019.
- 6. Hatab A.A., Dhaouadi R. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using Lagrange and Newton-Euler methodologies: A unified framework // Adv. Robot. Autom. 2013. V. 02. No. 02.
- Воробьев Е.И., Попов С.А., Шевелева Г.И. Механика промышленных роботов: учебное пособие для втузов: в 3 кн. Под ред. К.В. Фролова и Е.И. Воробьева. Кн. 1: Кинематика и динамика. – М.: Высш. шк., 1988. 304 с.
- 8. Кирсанов К.Б., Левинский Б.М., Пряничников В.Е. Интеграционное программное обеспечение интеллектуальных роботов // Информационноизмерительные и управляющие системы. 2009. Т. 7. № 6. С. 35–43.

О ПРОВЕРЯЮЩИХ ТЕСТАХ РАЗМЫКАНИЯ ДЛЯ КОНТАКТНЫХ СХЕМ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ПОЛЮСОМ

К.А. Попков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва kirill-formulist@mail.ru

Рассматривается задача синтеза легкотестируемых контактных схем [1], реализующих заданные булевы функции. Логический подход к тестированию контактных схем предложен С.В. Яблонским и И.А. Чегис в [2]. Представим, что имеется двухполюсная контактная схема S, реализующая булеву функцию $\tilde{x}^n = (x_1, \dots, x_n).$ $f(\tilde{x}^n)$, Под воздействием некоторого источника где неисправностей один или несколько контактов схемы S могут перейти в неисправное состояние. В качестве неисправностей контактов будем рассматривать их обрывы (размыкания): при обрыве контакта проводимость между его концами становится тождественно нулевой. В результате схема S вместо исходной функции $f(\tilde{x}^n)$ будет реализовывать некоторую булеву функцию $g(\tilde{x}^n)$, вообще говоря, отличную от f. Все такие функции $g(\tilde{x}^n)$ называются функциями неисправности схемы S.

Введём следующие определения [3]. Проверяющим тестом для схемы S называется такое множество T наборов значений переменных $x_1, ..., x_n$, что для любой отличной от $f(\tilde{x}^n)$ функции неисправности $g(\tilde{x}^n)$ схемы S в T найдётся набор $\tilde{\sigma}$, на котором $f(\tilde{\sigma}) \neq g(\tilde{\sigma})$. Число наборов в T называется длиной теста. В качестве тривиального проверяющего теста длины 2^n для схемы S всегда можно взять множество, состоящее из всех двоичных наборов длины n. Тест называется полным, если в схеме могут быть неисправны сколько угодно контактов, и единичным, если в схеме может быть неисправен только один контакт. Единичные тесты обычно рассматривают для неизбыточных схем [3, с. 110–111], в которых любая допустимая неисправность любого одного контакта приводит к функции неисправности, отличной от исходной функции, реализуемой данной схемой.

В работе [4] для каждой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ была введена величина m(f), достаточно просто вычисляемая по столбцу значений этой функции, и было доказано, что минимально возможные длины единичного и полного проверяющего тестов для реализующей функцию $f(\tilde{x}^n)$ двухполюсной контактной схемы при обрывах контактов (такие тесты называют тестами размыкания) совпадают и равны m(f); в частности, было установлено, что указанные длины не превосходят n и существуют такие булевы функции, для которых они равны n.

Будем исследовать возможности реализации булевых функций контактными схемами с дополнительным полюсом, допускающими короткие проверяющие тесты размыкания, т.е. трёхполюсными контактными схемами, в

которых между какими-то двумя полюсами реализуется заданная булева функция, а третий полюс схемы служит исключительно для её тестирования относительно обрывов контактов. Пусть контактная схема S с полюсами A, B и C реализует булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и B и булеву функцию $f'(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и C. При наличии в схеме S оборванных контактов она будет реализовывать некоторую булеву функцию $g(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и В и некоторую булеву функцию $g'(\tilde{x}^n)$ между полюсами А и C. Все такие наборы $(q(\tilde{x}^n), q'(\tilde{x}^n))$ назовём наборами функций неисправности схемы S. Проверяющим тестом для схемы S назовём такое множество T наборов значений переменных $x_1, ..., x_n$, что для любого нетривиального, т.е. отличного от $(f(\tilde{x}^n), f'(\tilde{x}^n))$, набора функций неисправности $(g(\tilde{x}^n), g'(\tilde{x}^n))$ схемы S в T найдётся набор $\tilde{\sigma}$, на котором $(f(\tilde{\sigma}), f'(\tilde{\sigma})) \neq (g(\tilde{\sigma}), g'(\tilde{\sigma}))$. Определения полного, единичного тестов и длины теста остаются неизменными. Будем рассматривать единичные тесты только для неизбыточных схем, в которых обрыв любого одного контакта приводит к нетривиальному набору функций неисправности.

Теорема. Минимально возможные длины единичного и полного проверяющего тестов размыкания при реализации произвольной булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ трёхполюсной контактной схемой (между какой-то парой её полюсов) совпадают и равны

 $\begin{cases} m(f), если m(f) \le 2, \\ 2, если m(f) > 2 и f(\tilde{x}^n) \le x_i \text{ либо } f(\tilde{x}^n) \le \bar{x}_i \\ для некоторого i \in \{1, ..., n\}, \\ 3 в остальных случаях. \end{cases}$

Следствие. Минимально возможные длины единичного и полного проверяющего тестов размыкания при реализации произвольной булевой функции трёхполюсной контактной схемой не превосходят 3, и для любого целого $n \ge 3$ существуют такие булевы функции от n переменных, для которых указанные длины равны 3.

- 1. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М.: Издательство Московского университета, 1984. 138 с.
- 2. Чегис И.А., Яблонский С.В. // Труды МИАН. 1958. Т. 51. С. 270–360.
- 3. Редькин Н.П. Надёжность и диагностика схем. М.: Издательство Московского университета. 1992. 192 с.
- 4. Попков К.А. // Дискретная математика. 2017. Т. 29, вып. 4. С. 66-86.

МЕТОДЫ УЧЕТА ТЕКСТОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЗАДАЧАХ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ

А.П. Попов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва alekspopovr68@mail.ru

Разработка улучшенных методов решения задач машинного зрения – на сегодняшний день ключевая задача множества исследовательских лабораторий. Алгоритмы компьютерного зрения используются автономных В робототехнических системах, в системах видеонаблюдения и во множестве других прикладных систем. Важным трендом в развитии алгоритмов машинного зрения является изучение методов использования дополнительной не визуальной информации об объектах среды для решения задач описания и поиска этих объектов. В частности, широкое распространение получили методы использования текстовой информации в задачах компьютерного зрения.

В рамках данной работы проведен обзор способов учета текстовой информации задачах машинного выбран способ В зрения И учета дополнительной информации компьютерного В задачах зрения для дальнейшего исследования. Общая схема механизма учета текстовой информации изображена на рис. 1. Рассмотрены работы, посвященные анализу действий на видеопоследовательности и способам кодирования информации на видеопоследовательности [1, 2]. Например, в работе [1] при построении промежуточного представления учитываются части речи, используемые в описательных предложениях – такой подход позволяет получить более точное



Рис. 1. Общая схема учета текстовой информации для формирования выводов по наблюдаемой сцене в описанных алгоритмах.

представление описания для решения задачи сопоставления действий на видеопоследовательности и текстового предложения, описывающего это действие.

Кроме того, в обзор включены методы анализа отдельных кадров, в частности, алгоритмы детектирования объектов и их описаний на изображении [3–5]. Эти алгоритмы также используют методы анализа промежуточных нейросетевых представлений для решения задач детектирования объектов. Важно отметить, что в представленных подходах контроль генерации текстового описания осуществляется за счет учета данных, полученных на изображении, что позволяет уточнять как текстовое описание, так и детекции. В работе [5] предложен метод использования набора изображений и их описаний для обучения модели детектирования объектов произвольных классов и описаний этих классов. Набор детектируемых классов может быть ограничен для каждой конкретной задачи.

На основе анализа работ, посвященных задаче учета текстовой информации в контексте задач компьютерного зрения, был сделан вывод о перспективности нейросетевого метода генерации промежуточных представлений информации на основе данных из нескольких источников (текстовых и визуальных) и их дальнейшего использования для решения задач распознавания. С учетом сделанных выводов начато исследование возможности объединения этого метода с другими методами представления и обработки знаний в компьютерных системах.

- 1. Wray M. et al. Fine-grained action retrieval through multiple parts-of-speech embeddings // Proceedings of the IEEE/CVF international conference on computer vision. 2019. P. 450–459.
- Gabeur V. et al. Multi-modal transformer for video retrieval // Computer Vision– ECCV 2020: 16th European Conference, Glasgow, UK, August 23–28, 2020, Proceedings, Part IV. Springer International Publishing. 2020. P. 214–229.
- 3. Gupta T. et al. Towards general purpose vision systems: An end-to-end taskagnostic vision-language architecture // Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2022. P. 16399–16409.
- 4. Maaz M. et al. Class-agnostic object detection with multi-modal transformer // European conference on computer vision. Cham: Springer Nature Switzerland, 2022. P. 512–531.
- 5. Cheng T. et al. YOLO-World: Real-Time Open-Vocabulary Object Detection // arXiv preprint arXiv:2401.17270. 2024.

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА ПРОТОТИПА СВЕРХЗВУКОВОГО ПАССАЖИРСКОГО САМОЛЕТА НА РЕЖИМЕ ПОСАДКИ

П.В. Родионов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва pavel.rodionov@keldysh.ru

В настоящее время как в России, так и в других странах существуют проекты, нацеленные на создание сверхзвуковых пассажирских самолетов (СПС) нового поколения, ориентированных в первую очередь на бизнес перелеты небольшого числа пассажиров. Основным требованием к новым моделям СПС является обеспечение низкого уровня звукового удара, короткое собой акустическое возмущение представляющего высокой интенсивности, создаваемое самолетом при движении со сверхзвуковой скоростью и распространяющееся до поверхности земли. Немаловажными задачами являются также оптимизация аэродинамических характеристик планера СПС для всех режимов полета и достижение высокой топливной эффективности. К обязательным требованиям относится и соответствие текущим сертификационным нормам Международной организации гражданской авиации (ИКАО) по шуму при взлете, снижении и посадке, так как в случае несоблюдения указанных норм самолету будет запрещена посадка в большинстве аэропортов мира.

Известно, что для современных дозвуковых гражданских самолетов доминирующими источниками шума при взлете является двигатель И истекающая из него струя. Данные источники оказывают существенное влияние и на общий шум самолета при посадке, однако в связи с высокими значениями степени двухконтурности современных двигателей в гражданской авиации их вклад перестает быть доминирующим и дополняется шумом элементов планера самолета, таких как шасси, предкрылки и закрылки [1]. В случае же СПС из-за пониженной степени двухконтурности двигателя и конструкционных особенностей крыла с высокой вероятностью шум двигателя и истекающей из него струи будут доминирующими компонентами шума самолета не только при взлете, но и на посадке. Однако данное предположение более строгом численном и/или экспериментальном нуждается В подтверждении.

В докладе будут представлены результаты численного моделирования акустики крыла прототипа СПС на режиме посадки. Акустические пульсации в ближнем поле моделировались при помощи метода DDES [2] с подсеточным масштабом $\Delta = \tilde{\Delta}_{\omega}$ и подсеточной LES моделью о (рис.1). Для оценки основных характеристик акустических источников и контроля состояния расчета в широком наборе точек производилась запись пульсаций давления, также нестационарные данные накапливались на поверхности FWH. Полученные данные позволили оценить локализацию и спектральные характеристики

62

основных источников шума над поверхностью крыла, а применение метода FWH дало возможность построить спектральный состав шума крыла СПС в дальнем поле (рис.2). Аналогичные оценки шума планера СПС на режиме посадки для геометрии, отличной от рассматриваемой в докладе, приведены в статьях [3, 4].



Рис. 1. Мгновенная картина течения. DDES, M = 0.2, $\alpha = 10^{\circ}$.



Рис. 2. Спектральный состав шума в дальнем поле на расстоянии 150 м.

Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера К-60, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, а также оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

Работа выполнена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020-2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (Соглашение от 25.04.2022 № 075-15-2022-330).

- Dobrzynski W., Ewert R., Pott-Pollenske M., Herr M., Delfs J. Research at DLR towards airframe noise prediction and reduction // Aerosp. Sci. Technol. 2008. V. 12:1. P. 80–90.
- Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Travin A.K. An Enhanced Version of DES with Rapid Transition from RANS to LES in Separated Flows // Flow, Turbul. Combust. 2015. V. 95, № 4. P. 709–737.
- 3. Ribeiro A.F.P., Ferris R., Khorrami M.R. Aeroacoustic Computations of a Generic Low Boom Concept in Landing Configuration: Part 2-Airframe Noise Simulations // AIAA Aviat. Aeronaut. Forum Expo. AIAA Aviat. Forum 2021.
- Khorrami M.R., Shea P.R., Winski C.S., Ravetta P.A., Ribeiro A.F.P., Ferris R., Sacks M. Aeroacoustic Computations of a Generic Low Boom Concept in Landing Configuration: Part 3-Aerodynamic Validation and Noise Source Identification // AIAA Aviat. Aeronaut. Forum Expo. AIAA Aviat. Forum 2021.

ИЗМЕНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НАЛИЧИИ В ЕГО ОКРЕСТНОСТИ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ

Я.В. Ханхасаева

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва hanhyana@mail.ru

Одним из способов улучшения аэродинамических характеристик перспективных летательных аппаратов (ЛА) является управляемое воздействие на набегающий поток, которое может быть осуществлено различными способами, в частности, при помощи локализованного в небольшом замкнутом объеме подвода энергии [1].

За областью энерговклада формируется тепловой след с пониженными значениями чисел Маха, полного давления и скоростного напора, благодаря которому изменяется режим обтекания тела. В зависимости от размеров области энерговклада имеют место различные режимы обтекания ЛА. Наиболее эффективным является энерговложение в малую по сравнению с размерами обтекаемого тела область, поскольку в этом случае ударно-волновая структура перед телом перестраивается таким образом, что его сопротивление существенно снижается [1–3]. При этом сэкономленная за счет снижения сопротивления мощность двигателя превышает затраты на энерговложение.

В данной работе в трехмерной постановке численно исследовано влияние вложения энергии в различные области потока на сверхзвуковое (M=2.5) обтекание ЛА сложной формы и структуру течения. Используется математическая модель нестационарных осредненных по Фавру и Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS), включающая источник энергии и дополненная моделью турбулентности SA Спаларта-Аллмараса [4].



Рис. 1. Распределение плотности с линиями тока, α=5°, режимы течения при различных значениях мощности источника.



Рис. 2. Распределение числа Стэнтона, α=0°, невозмущенный поток (слева), с энерговложением перед носом модели (справа).

Таблица 1: Снижение сопротивления и увеличение подъемной силы при энерговложении перед носом модели для различных углов атаки.

	α=0°	α=3°	α=5°
$\Delta C_x/C_{x0}$	-33.45%	-24.74%	-17.78%
$\Delta C_y/C_{y0}$	_	+2.63%	+3.38%

Определено влияние угла атаки, параметров и расположения источника энергии на аэродинамические характеристики ЛА, а также тепловые потоки к его поверхности. Выявлены рациональные варианты параметров энергоисточника с точки зрения энергоэффективности, снижения сопротивления и аэродинамического качества.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00126.

- 1. Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 154-167.
- 2. Гувернюк С.В., Савинов К.Г. Отрывные изобарические структуры в сверхзвуковых потоках с локализованной неоднородностью // Доклады Российской академии наук. 2007. Т. 413. № 2. С. 188-192.
- 3. Ханхасаева Я.В. Влияние вложения энергии на аэродинамические характеристики и тепловые потоки при трёхмерном обтекании модели летательного аппарата сложной формы // Математическое моделирование. 2023. Т. 35. № 2. С. 105–125.
- 4. Allmaras S.R., Johnson F.T., Spalart P.R. Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model // Seventh International Conference on CFD (ICCFD7), Big Island, Hawaii, 9–13 July 2012.

БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОРБИТ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПРОЕКТАХ ИЗУЧЕНИЯ ПРИПОЛЯРНЫХ ОБЛАСТЕЙ СОЛНЦА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ

А.Ю. Царегородцев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва tsaregorodtsevandrej@yandex.ru

В настоящее время разрабатывается отечественный проект «Интергелиозонд» [1], предназначенный для изучения космическим аппаратом (КА) приполярных областей Солнца с наклонённой к солнечному экватору гелиоцентрической орбиты. Манёвры по изменению наклонения являются наиболее затратными по топливу, поэтому целесообразно использование цепочек гравитационных манёвров (ГМ) для выведения КА на целевую орбиту.

Предлагается эффективный метод решения задачи построения траекторий выведения КА на орбиту с большим наклонением к солнечному экватору. Задача выведения разбивается на два этапа – разгона и повышения наклонения. На разгонном этапе минимизируются затраты топлива, а на повышающем – время повышения наклонения. Этапы рассматриваются в рамках модели грависфер нулевой протяженности. При решении задачи разгона используется решение задачи Ламберта с помощью метода Иццо [2]. Орбиты планет Солнечной системы рассчитываются по аналитическим формулам задачи двух тел, начальные условия берутся из эфемерид DE430 [3]. Повышение наклонения проводится с помощью резонансных линий [4], позволяющих совершать повторные ГМ с одной и той же планетой.

Рассмотрены различные цепочки активных разгонных ГМ с последующим повышением наклонения с помощью ГМ у Земли и у Венеры. Получены траектории выведения КА на целевую орбиту с отлетом с 2027 по 2037 год, определены оптимальные по затратам топлива и времени выведения баллистические схемы реализации проекта «Интергелиозонд».

- 1. Kuznetsov V.D., Zelenyi L.M., Zimovets I.V., (...), Venedictov Y., Berghofer G. The Sun and heliosphere explorer the InterhelioProbe mission // Geomagnetism and Aeronomy. 2016. V. 56. No. 7. P. 781–841.
- Izzo D., Revisiting Lambert's Problem // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2014.
- 3. Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P. The Planetary and Lunar Ephemeris DE430 and DE431 // The Interplanetary Network Progress Report. Vol. 42-196. Jet Pro. Lab., California. 2014. P. 1–81.
- 4. Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Методика формирования больших наклонений орбит космических аппаратов с использованием гравитационных манёвров // Доклады Академии наук. 2017. Т. 472. № 4. С. 403–406.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ КСЕНОНА

И.П. Цыгвинцев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва IliaTsygvintsev@gmail.com

Широко распространённым источником белого света (чернотельного излучения в оптическом диапазоне) являются ксеноновые лампы, излучающим веществом в которых является газоразрядная плазма ксенона. Их недостатком является относительно низкий КПД. Альтернативным способом поджига плазмы является воздействие лазера. В ИСАН РАН разработан источник белого света на лазерной плазме ксенона, инициация разряда в котором происходит в фокусе гауссова пучка. Стабильность и эффективность работы данного источника зависит от ряда параметров, таких как мощность лазера, давление в колбе, раствор и фокусировка пучка и т.д.

В настоящей работе обсуждается разработанная физико-математическая модель такого источника, основанная на газодинамическом приближении с учётом теплопроводности, переноса лазерного и теплового излучений и силы тяжести. Модель реализована в рамках программного комплекса 3DLINE [1].

Также представлены результаты параметрического исследования и сравнение моделируемого спектра с экспериментом [2].



Рис. 1. Сравнение результатов моделирования спектра с экспериментом. Список литературы:

- 1. Круковский А.Ю., Новиков В.Г., Цыгвинцев И.П. Трёхмерное численное моделирование воздействия нецентрального лазерного импульса на сферическую оловянную мишень // Матем. модел. 2016. Т. 28. № 7. С. 81–95.
- 2. Новиков А.А [и др.] Численное исследование излучающей плазмы ксенона // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 57. 15 с.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Α		Μ	
Аронов П.С.	8	Макаров Г.Р.	50
Б		Мухачев Б.О.	52
Балабаев Н.К.	9	Н	
Балашов В.А.	11, 13	Никитин В.С.	54
Богачева А.Е.	15		
Борисов В.Е.	16	0	
Бочев М.А.	18	Охитина А.С.	50
Брагин М.Д.	19	п	
Бражников Е.В.	9		11
-		Павлишина С.А. Париора Е А	28
Γ		Паблова Е.А.	26 56
Глазатов В.А.	21	Повешенко Ю А	48
Григорьев С.К.	22	Полехина Р Р	-10
Гусев А.О.	23	Пономарев А С	20 30
Л		Попков К А	58
Лронов А Г	24	Попов А П	60
F		D	
	26	P HD	60
Ермаков И.М.	26	Родионов П.В.	62
3		С	
Захваткин М.В.	28	Савенков Е.Б.	11, 13, 18, 26, 30
Зипунова Е.В.	30	Степин Е.В.	32, 35
К		Т	
Калимуллин Т.Р.	32	Ткачев С.С.	52
Клюев Н.А.	34	Æ	
Ковалева А.С.	35	Φ	
Конев С.А.	36	Фахурдинов И.А.	18
Корнеев К.Р.	38	X	
Котов М.А.	40	Ханхасаева Я В	64
Кременецкий Н.О.	42	TullMududbu 71.D.	01
Критский Б.В.	44	Ц	
Кувшинников А.Е.	46	Царегородцев А.Ю.	66
Л		Цыгвинцев И.П.	67
Ладонкина М.Е.	48	Ч	
Лихачев И.В.	9	Чжан Хаочэнь	48
		Чиргадзе Ю.Н.	9